自主学习类

黄冈小状元

龙门星级提优系列

培优周课堂

—— 从课本到奥数　开发数学潜能 ——

主编 / 万志勇

数学

◆ 六年级下 ◆

龍門書局 | 龙门品牌 · 学子至爱
www.longmenshuju.com

目录

一、负　数

走进负数

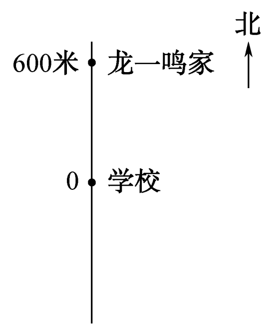
培优策略

两种具有相反意义的量可以分别用正数和负数来表示。

提优讲解

1 龙一鸣家在学校的北边 600 米处，记作＋600 米，现在他从家以每分钟 75 米的速度向南走，10 分钟后龙一鸣所处的位置可以怎样表示？

【思路导引】 以学校为起点，向北用正数表示，那么向南就用负数表示。如右图，我们要了解龙一鸣现在的位置是在学校的南边还是北边。



龙一鸣是从家以每分钟 75 米的速度向南走，走了 10 分钟，走的路程为 75×10＝750 米，750－600＝150 米，这时龙一鸣的位置应在学校的南边 150 米处，则用负数表示为－150 米。

【解答】 75×10＝750(米)　750－600＝150(米)

答：10 分钟后龙一鸣所处的位置可以表示为－150 米。

在表示所处的位置时，应明确以哪个点为起点(起点为 0)，哪个方向为正，那么与它相反的方向就为负。

2 6 名同学参加数学竞赛，老师以 80 分作为标准，将他们的成绩表示为＋4、＋10、0、－5、＋7、－4，这 6 名同学的平均成绩是多少？

【思路导引】 **方法一**　先弄清楚各数表示的意义，＋4 表示比 80 分多 4 分，＋10 表示比 80 分多 10 分，－5 表示比 80 分少 5 分，＋7 表示比 80 分多 7 分，－4 表示比 80 分少 4 分。清楚了这些数表示的意义，就可以写出每名同学的实际成绩，然后求出平均成绩。

方法二　先根据各数表示的意义，以 80 分为标准，求出比 80 分多或少的那部分的平均分，再用 80 分加上这个平均分。

【解答】 **方法一**　6 名同学的成绩分别是 80＋4＝84(分)　80＋10＝90(分)　80 分

80－5＝75(分)　80＋7＝87(分)　80－4＝76(分)

平均成绩是(84＋90＋80＋75＋87＋76)÷6＝82(分)

方法二　＋4＋10＋0－5＋7－4＝12(分)　12÷6＝2(分)　80＋2＝82(分)

答：这 6 名同学的平均成绩是 82 分。

求多个数的平均数，以某数为标准，求出比这个标准数多或少的那部分的平均数，再加上这个标准数。

争星显优

☆☆☆

1. 壮壮每天乘1路公交车上学，他从起点上车，途中停靠5个车站后，再到达学校。一天，壮壮记录了1路公交车从起点到学校这段路程载客数量的变化情况。

停靠站	起点站	途中第一站	途中第二站	途中第三站	途中第四站	途中第五站	学校站
上下车人数	+30	−6 +5	−3 +4	−2 0	0 +3	−17 +6	

(1)途中是上车的人多还是下车的人多？多多少？

(2)到达学校站，车上还有多少人？

2. 向东走5米，记作+5米。如果苹苹从A地先走+12米，再走−15米，又走+18米，最后走−20米，此时苹苹在A地的哪个方向？离A地有多远？

☆☆☆☆

3. 淘淘家在少年宫的西边800米处，记作+800米，现在他从家以每分钟65米的速度向东走，20分钟后淘淘所处的位置可以怎样表示？

4. 某小组测量身高，以125厘米为标准，同学们的身高分别记为0厘米、+3厘米、+2厘米、−1厘米、−2厘米、+4厘米。这组同学的平均身高是多少厘米？

5. 在一次体育测试中，老师对 8 名女生进行了仰卧起坐测试，成绩分别是 38 个，33 个，40 个，35 个，36 个，37 个，33 个，36 个。

(1)请你根据上面的数据，选定一个数为标准，超过的个数用正数表示，不足的个数用负数表示，分别表示出 8 人的成绩。

(2)这 8 名女生仰卧起坐的平均成绩是多少个？

☆☆☆☆☆

6. 甲、乙、丙、丁、戊五人进行射击比赛，如果将他们的平均成绩记作 0，请根据下表，推算出甲、乙、丙、丁、戊的实际成绩。

	甲	乙	丙	丁	戊
实际成绩	7 环				
记作		+1	−1	+2	−3

7. 出租车司机王叔叔某天下午的营运全是在东西走向的沿江大道上行驶，如果规定向东为正，向西为负，那么他这天下午行车的里程如下：(单位：千米)

+15　−3　+14　−11　+10

−12　+4　−15　+15　−18

(1)将最后一名乘客送到目的地时，王叔叔距离下午的出发点多少千米？

(2)若汽车的耗油率为 0.06 升/千米，这天下午汽车共耗油多少升？

二、百分数（二）

1. 打折扣

培优策略

解决与折扣有关的实际问题，和百分数应用题的解题思路、解题方法相同，关键是找准单位“1”。打几折就是现价是原价的十分之几。

提优讲解

1 步云鞋城搞促销活动，甲品牌“折上折”，即先打六折，在此基础上再打九折；乙品牌“每满 100 元减 50 元”。如果两个品牌都有一双标价 360 元的鞋，哪个品牌的鞋便宜？

【思路导引】 甲品牌“折上折”，先打六折，在此基础上再打九折，也就是原价的 60％的 90％，直接用标价乘 60％，再乘 90％就能算出实际价钱。乙品牌“满 100 元减 50 元”，就是在总价中取整百元部分，每个 100 元减去 50 元，所以先看总价中有几个 100，360 里有 3 个 100，然后从总价中减去 3 个 50 元。

【解答】 甲品牌实际的钱：360×60％×90％＝194.4（元）

乙品牌实际的钱：360÷100＝3（个）……60（元）

360－50×3＝210（元）

194.4 元＜210 元

答：甲品牌的鞋便宜。

总价是整百元，“每满 100 元减 50 元”与“打五折”的优惠相同；总价不是整百元，“打五折”比“每满 100 元减 50 元”的优惠力度要大一些。

2 某商品按 20％的利润定价，然后按八八折卖出，获得利润 84 元，这件商品的成本价是多少？

【思路导引】 把该商品的成本价看作单位“1”，按 20％的利润定价，则该商品的定价就是成本价的（1＋20％），然后按八八折卖出，则该商品的售价就相当于成本价的（1＋20％）×88％＝105.6％，而获得的利润 84 元就相当于成本价的 105.6％－1＝5.6％，从而求出成本价。

【解答】 84÷[（1＋20％）×88％－1]＝1500（元）

答：这件商品的成本价是 1500 元。

利润是售价与成本价的差。
一般把成本价看作单位“1”，找到利润所对应的分率。
利润÷利润所对应的分率＝成本价

3 新星超市部分商品“买四赠一”，这是打几折销售？

【思路导引】“买四赠一”是指花四件商品的钱可以得到五件商品。可以用设数法来理解。设某商品的单价为 a 元，则原来买 5 件商品需要 $5a$ 元，现在买 5 件这样的商品的价钱为 $4a$ 元，那么现在该商品的折扣就是现价÷原价×100％。

【解答】设某商品的单价为 a 元，则原来买 5 件商品需要 $5a$ 元，现在买 5 件这样的商品价钱为 $4a$ 元，那么现在该商品的折扣就是 $4a\div5a\times100\%=80\%=$八折。
答：这是打八折销售。

折扣＝现价÷原价×100％
求现价与原价的折扣关系，通常采用设数法来理解。

争星显优

☆☆☆

1. 一套服装，如果定价 240 元，将获利 60％。如果打八折出售，将获利多少元？

2. 一件商品的售价为 480 元，商场的优惠活动是“满 300 元减 120 元”，那么买这件商品是打了几折？

3. 一件女装按 40％的利润定价，然后打九折售出，可以获得利润 130 元，这件女装的成本价是多少元？

☆☆☆☆

4. 一件衣服按 30％的利润定价，然后打七折售出，结果亏损了 18 元，这件衣服的成本价是多少元？

5. 黄老师要买 150 本单价为 0.5 元的作业本，下面是三家文具店中这种作业本的优惠情况：

A店	B店	C店
一律九折 优惠	买5本 赠1本	满100元 减15元

黄老师去哪家店买最合算？

6. 一种课桌原来的成本价为 120 元，若按定价打九折出售，则能获得 50%的利润。现在成本价降低了，若按原来的定价打八折出售，则能获得 60%的利润。这种课桌现在的成本价是多少元？

★★★★★

7. 一种品牌羽绒服按定价出售，每件可获得 40 元的利润，现在按定价打九五折出售 15 件，所能获得的利润与按定价每件降价 15 元出售 18 件所能获得的利润相同。这种羽绒服的定价是多少元？

8. 学子文化商店以每支 4 元的价格购进了 100 支钢笔，卖出时每支的标价为 6 元，当卖出一部分后，剩余的打九折出售。卖完时该商品共盈利 188 元。打九折的钢笔有多少支？

2. 浓度问题

培优策略

找出浓度问题中的不变量（或变化中的等量关系），根据不变量的分率（或等量关系列方程）是解决浓度问题的关键所在。

提优讲解

1 有含糖为7%的糖水600克，要使其含糖量加大到10%，需要再加入多少克糖？

【思路导引】根据题意，在7%的糖水中加糖改变了原来糖水的浓度，糖的质量增加了，糖水的质量也增加了，但水的质量并没有改变。因此，可以先根据原来糖水的浓度求出水的质量，再根据后来糖水的浓度来求出现在糖水的质量。

【解答】原来糖水中水的质量：600×(1－7%)＝558(克)

现在糖水的质量：558÷(1－10%)＝620(克)

加入糖的质量：620－600＝20(克)

答：需要再加入20克糖。

在浓度问题中，加溶质，就利用前后溶剂不变解题；加溶剂，就利用前后溶质不变解题。

2 现有浓度为10%的盐水20千克。再加入多少千克浓度为30%的盐水，可以得到浓度为22%的盐水？

【思路导引】这是一个溶液混合问题。混合前、后溶液的浓度改变了，但总体上溶质及溶液的总质量没有改变。所以，混合前两种溶液中溶质的质量和等于混合后溶液中溶质的质量。

【解答】20千克10%的盐水中含盐的质量：20×10%＝2(千克)

混合成浓度为22%的盐水时，20千克溶液中含盐的质量：20×22%＝4.4(千克)

需加30%盐水溶液的质量：(4.4－2)÷(30%－22%)＝30(千克)

答：需加入30千克浓度为30%的盐水，才能得到浓度为22%的盐水。

两种溶液混合后，新溶液中溶质的质量等于混合前两种溶液中溶质质量之和。

争星显优

☆☆☆

1. 现在有浓度为 20%的糖水 300 克，要把它变成浓度为 40%的糖水，需要加糖多少克？

2. 一种浓度为 35%的新农药，如稀释到 1.75%时，治虫最有效。用浓度为 35%的农药加多少千克水，才能配成浓度为 1.75%的农药 800 千克？

3. 在 100 千克浓度为 50%的硫酸溶液中，再加入多少千克浓度为 5%的硫酸溶液就可以配制成 25%的硫酸溶液？

☆☆☆☆

4. 有含盐 15%的盐水 20 千克，要使盐水的浓度为 20%，需加盐多少千克？

5. 用含氨 0.15%的氨水进行油菜追肥。现有含氨 16%的氨水 30 千克，配制时需加水多少千克？

6. 浓度为70%的酒精溶液500克与浓度为50%的酒精溶液300克混合后所得到的酒精溶液的浓度是多少？

7. 仓库运来含水量为90%的一种水果100千克。一星期后再测，发现含水量降低到80%。现在这批水果的质量是多少千克？

☆☆☆☆☆

8. 有甲、乙两个瓶子，甲瓶里装了200毫升水，乙瓶里装了200毫升的纯酒精。第一次把20毫升纯酒精由乙瓶倒入甲瓶，第二次把甲瓶中20毫升的溶液倒回乙瓶，此时甲瓶里含纯酒精多，还是乙瓶里含水多？

9. 一容器内装有10升纯酒精，倒出2.5升后，用水加满；再倒出5升，再用水加满。这时容器内溶液的浓度是多少？

10. 在浓度为20%的盐水中加入10千克水，浓度变为15%。再加入多少千克盐，浓度为25%？

单元综合提优（一）

百分数问题的综合应用

培优策略

一些复杂的百分数问题，我们可以运用一些特殊的思路，如税率问题中的分级纳税，利润问题中的设数法，列方程解答等。

提优讲解

1 根据我国税法规定，2018 年 8 月，个人工资超过 3500 元的部分要缴纳个人所得税。

级数	超过部分	税率(%)
1	不超过 1500 元	3
2	1500 元到 4500 元	10
3	4500 元到 9000 元	20

张叔叔的月工资应缴纳 36 元个人所得税，张叔叔的月工资是多少元?

【思路导引】首先判断张叔叔每月工资中的应纳税所得额是否超过 1500 元。假如应纳税所得额是 1500 元，则应缴纳 $1500\times3\%=45$(元)的税款。$45>36$，由此可以判定张叔叔的应纳税款不超过 1500 元，应按税率 3%计算，那么张叔叔应纳税的所得额为 $36\div3\%=1200$(元)，则张叔叔的月工资是 $3500+1200=4700$(元)。

【解答】 $36\div3\%=1200$(元)

$3500+1200=4700$(元)

答：张叔叔的月工资是 4700 元。

按分级纳税方法计算税款时，要先判断应纳税额是按哪个税率缴纳税款的。

2 某商品按原价出售，每件利润是成本的 25%，后来按原定价的 90%出售，结果售出的件数比原来增加 1.5 倍，则出售这种商品的总利润比降价前增加了百分之几?

【思路导引】 由于本题求的是利润率的变化，不涉及实际的钱数，本题可以用设数法解。

【解答】 假设这种商品的成本价为 100 元，原来卖出 2 件。

2×(1+1.5)=5(件)

100×2×25%=50(元)

[100×(1+25%)×90%−100]×5=62.5(元)

(62.5−50)÷50×100%=25%

答：出售这种商品的总利润比降价前增加了25%。

用设数法解题时，所设的数尽量简单，既要起到补充条件的作用，又要便于计算。通常选用一些整数(整十、整百数更佳)，有时也会选用题目中一些数字的倍数或公倍数。

争星显优

☆☆☆

1. 爽口饮料店全店推出“第二杯半价”的促销活动，那么，若买两杯饮料，则相当于在原价的基础上打几折？

2. 图书馆共有119名同学，男生增加37.5%，女生减少40%，则男、女生总人数为121人，原来图书馆有男、女生各多少人？

3. 根据我国税法规定，个人工资超过3500元的部分要缴纳个人所得税。

级数	超过部分	税率(%)
1	不超过1500元	3
2	1500元到4500元	10
3	4500元到9000元	20
……	……	……

宋老师2018年8月的工资为5500元，他应缴纳个人所得税多少元？

☆☆☆☆

4. A、B两家面包店销售同样的面包，售价相同。周日，A面包店的面包售价打八折，B面包店的面包按原价销售，A面包店这天的营业额是B面包店营业额的1.2倍，则A面包店售出的面包数量是B面包店的多少倍？

5. 某市若干名选手参加省“金钥匙”科技知识竞赛，全体选手的平均分为75分，其中75%的选手均及格，他们的平均分为82分。那么，不及格选手的平均分是多少分？

6. 国家规定个人发表文章或出版图书获得稿费的纳税计算方法是：(1)不高于800元的不纳税；(2)稿费高于800元但不高于4000元的应缴纳超过800元的那一部分的14%的税；(3)稿费高于4000元的应缴纳全部稿费的11.2%的税。夏老师获得一笔稿费并且依法缴纳个人所得税420元。夏老师这笔稿费有多少元？

☆☆☆☆☆

7. 某超市2017年营业额为475万元，2018年营业额为640万元。其中2018年上半年营业额比2017年上半年营业额增加48%，2018年下半年营业额比2017年下半年营业额增加20%，2018年上半年营业额是多少万元？

8. 李叔叔现有一笔存款，他把每月支出后剩余的钱都存入银行。已知他每月收入相同，如果他每月支出2000元，则一年半后他有存款86000元(不计利息)；如果他每月支出1500元，则两年后他有存款110000元(不计利息)，李叔叔每月收入是多少元？他现在的存款是多少元？【提示：可设李叔叔每月收入x元，用不同的式子表示出李叔叔现有的存款，列方程解答】

三、圆柱与圆锥

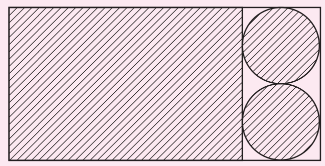
1. 圆柱的表面积（一）

培优策略

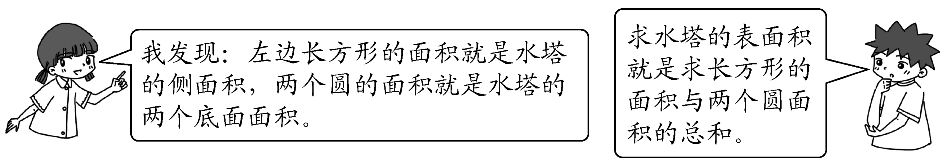
圆柱的侧面沿高剪开得到一个长方形（或正方形）。长方形（或正方形）的长和宽分别是圆柱体的底面周长和高。

提优讲解

1 如图，工人师傅将一张铁皮按右图阴影部分裁剪后可以做成一个圆柱形水塔，已知圆的直径为 10 分米，求水塔的表面积。



【思路导引】



左边长方形的宽等于两个圆直径的和，长方形的长等于圆周长。

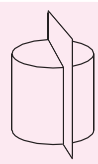
【解答】两个圆的面积：$3.14\times(10\div2)^2\times2=157$（平方分米）

圆柱的侧面积：$(10\times3.14)\times(10\times2)=628$（平方分米）

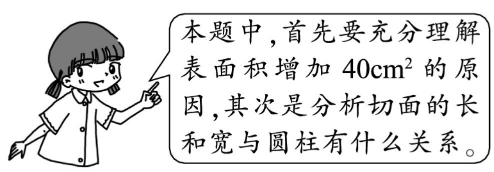
水塔的表面积：$157+628=785$（平方分米）

答：水塔的表面积是 785 平方分米。

2 把一个圆柱沿着底面直径分割成两个半圆柱，表面积增加 40 cm^2，已知这个圆柱的底面直径是 2 cm，求圆柱的表面积。



【思路导引】 把一个圆柱沿底面直径切开，就会产生两个长方形切面，而这两个长方形的面积之和其实就是 40 cm^2，这样可知一个长方形切面的面积为 $40\div2=20(cm^2)$，长方形切面的宽就是底面的直径，长就是圆柱的高，用 $20\div2=10(cm)$ 就可以得出圆柱的高。再根据圆柱的表面积公式可求出表面积。



【解答】$40\div2\div2=10(cm)$

$3.14\times(2\div2)^2=3.14(cm^2)$

$3.14\times2\times10=62.8(cm^2)$

$3.14\times2+62.8=69.08(cm^2)$

答：圆柱的表面积为 $69.08cm^2$。

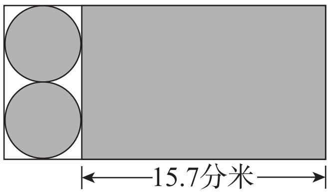
把圆柱沿底面直径分割成两个半圆柱，表面积增加两个长方形的面积，每个长方形的长和宽分别是圆柱的底面直径和高。

争星显优

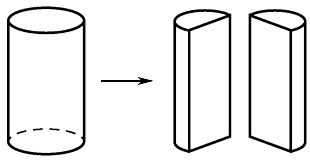
☆☆☆

1. 一个圆柱的侧面积是 12.56 平方厘米，高是 4 厘米，求圆柱的表面积。

2. 用图中的两张圆形铁皮和一张长方形铁皮可做一个圆柱形桶，求桶的表面积。



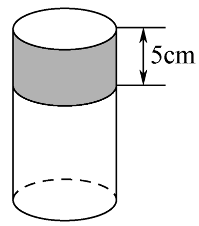
3. 李师傅将一根高 8 dm 的圆柱形木料沿底面直径垂直切成两个部分(如图)，这时表面积比原来增加了 160 dm^2，原来这根圆柱形木料的表面积是多少平方分米？



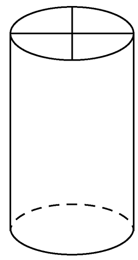
☆☆☆☆

4. 把一个高为 60 厘米的圆柱平均截成两个小圆柱体，表面积增加 56.52 平方厘米，原来圆柱的表面积是多少平方厘米？

5. 一个圆柱被截去 5 cm 后，表面积减少了 31.4 cm^2（如图），原圆柱的下底面面积是多少平方厘米？



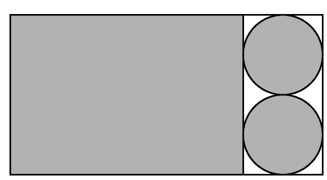
6. 如图，把底面直径为 40 cm，高为 100 cm 的圆柱形木材按底面“十”字形切成相等的四部分，每部分木材的表面积是多少？



☆☆☆☆☆

7. 一段圆柱体木料，如果截成两个小圆柱体，它的表面积增加 9.42 cm^2；如果沿着底面直径截成两个半圆柱体，那么它的表面积将增加 100 cm^2。原来圆柱体的表面积是多少？

8. 李老师用一张面积为 828 cm^2 的长方形纸板制作一个圆柱形教具，剪裁如图，则圆柱的底面半径是多少厘米？[提示：把长方形纸板的长和宽用含有半径 r 的式子表示，根据面积公式倒推出半径 r]



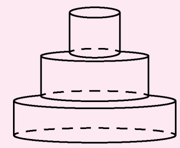
2. 圆柱的表面积（二）

培 优 策 略

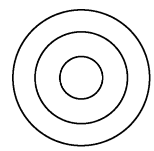
计算由若干个圆柱或圆柱与长方体(正方体)组合成的立体图形的表面积，常用的方法有两种：一种是求差法；另一种是求和法。

提优讲解

1 如图，将高都是 1 m，底面半径分别为 1.5 m，1 m 和 0.5 m 的三个圆柱组成一个物体，求这个物体的表面积。



【思路导引】 **方法一**　这三个圆柱从上面看到的形状如图。从上面看到图形的面积恰好是一个大圆柱的底面积。那么这个物体的表面积就等于大圆柱的表面积加中、小圆柱的侧面积。



方法二　用三个圆柱的表面积之和再减去重叠部分的面积。重叠部分是两个小圆柱的底面和两个中圆柱的底面。

【解答】 **方法一**　$3.14\times1.5^2\times2+2\times3.14\times1.5\times1+2\times3.14\times1\times1+3.14\times2\times0.5\times1$

$=3.14\times(4.5+3+2+1)$

$=32.97(m^2)$

方法二　大圆柱的表面积：$3.14\times1.5^2\times2+3.14\times2\times1.5\times1=23.55(m^2)$

中圆柱的表面积：$3.14\times1^2\times2+3.14\times2\times1\times1=12.56(m^2)$

小圆柱的表面积：$3.14\times0.5^2\times2+2\times3.14\times0.5\times1=4.71(m^2)$

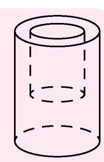
物体的表面积：$23.55+12.56+4.71-3.14\times0.5^2\times2-3.14\times1^2\times2=32.97(m^2)$

答：这个物体的表面积是 $32.97m^2$。

求差法：求组合图形的表面积＝各个立体图形的表面积之和－重叠部分的面积

求和法：求组合图形的表面积＝最大图形的表面积＋其他图形的侧面积

2 一个圆柱形的零件，高 12 cm，底面半径是 4 cm，零件的上端有一个圆柱形的孔，圆孔的直径是 6 cm，孔深 7 cm(如图)。如果将这个零件接触空气部分的表面涂上防锈漆，一共需涂多少平方厘米？



【思路导引】 零件的上面虽然是一个环形，但是圆柱形孔的底面是需要涂漆的，把圆柱形孔的底面向上平移至环形截面的内圆处，这样零件的上面是一个完整的圆，因此涂漆的面积就是大圆柱的表面积与圆柱形孔的侧面积之和。

【解答】大圆柱的表面积：$4\times2\times3.14\times12+3.14\times4^2\times2=401.92(cm^2)$

圆柱形孔的侧面积：$3.14\times6\times7=131.88(cm^2)$

涂漆面积：$401.92+131.88=533.8(cm^2)$

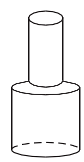
答：一共涂漆的面积是 $533.8cm^2$。

在一个大立体图形中挖去一个小立体图形，通过平移面，可以把复杂的图形简化。

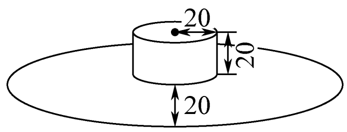
争星显优

☆☆☆

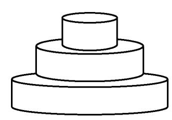
1. 如图，底面半径分别为 4 分米、2 分米，高都是 5 分米的两个圆柱体组成一个零件。现要在这个零件的表面喷漆，求喷漆的面积。



2. 一位魔术师要做一顶黑帽子，形状如图，帽顶部分是圆柱形，帽檐部分是一个圆环，帽顶的半径、高与帽檐的宽都为 20 厘米。做这顶帽子一共需要黑布多少平方厘米？

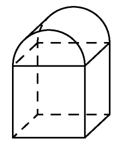


3. 将高都是 1 分米，底面半径分别为 3 分米、2 分米、1 分米的三个圆柱叠成一个立体图形（如图）。求这个立体图形的表面积。

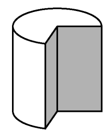


☆☆☆☆

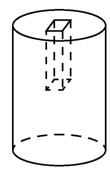
4. 如图，有一个立体图形，下部是一个棱长为 40 厘米的正方体，上部是一个半圆柱体，求这个立体图形的表面积。



5. 如图，柱体的高为 24 cm，底面是一个半径为 10 cm，圆心角为 270°的扇形，求柱体的表面积。

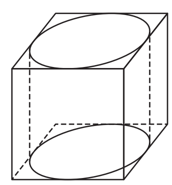


6. 如图，一个圆柱的底面半径为 5 cm，高为 6 cm，从它的上面向下挖去一个边长为 2 cm 的方孔，孔深 3 cm，这个物体的表面积是多少？

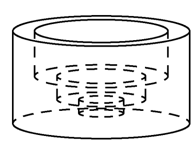


☆☆☆☆☆

7. 如图，从一个棱长为 4 dm 的正方体木料中间挖去一个最大的圆柱体，求剩余部分的表面积。



8.  难题讲解 如图，这是一个底面半径为 4 cm、高为 4 cm 的圆柱，在它的中间依次向下挖去半径分别为3 cm、2 cm、1 cm，高分别为 2 cm、1 cm、0.5 cm 的圆柱，最后得到的立体图形的表面积是多少？



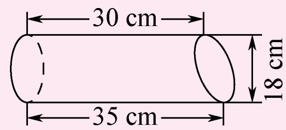
3. 圆柱与圆锥的体积

培优策略

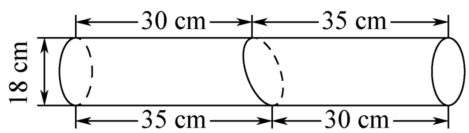
计算不规则圆柱的体积时，可以把不规则圆柱转化为规则圆柱。

提优讲解

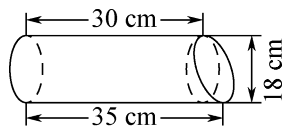
1 如图是一根圆木沿某一平面截去一部分后剩下的部分，请求出它的体积。



【思路导引】 **方法一** 可以把两根这样的圆木的剩下部分拼成一个规则的圆柱（如图），这样用规则圆柱的体积除以 2 就能求出这根圆木剩下部分的体积。



方法二 如图，将这根圆木的剩下部分进行分割，一部分是高为 30 cm 的圆柱，另一部分是高为 5 cm 的圆柱的一半。分别求出两部分的体积，再相加即可。



【解答】 **方法一** $3.14\times(18\div2)^2\times(30+35)\div2$

$=3.14\times81\times65\div2$

$=8266.05(cm^3)$

方法二 $3.14\times(18\div2)^2\times30+3.14\times(18\div2)^2\times(35-30)\div2$

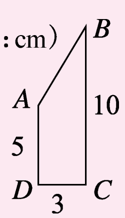
$=7630.2+635.85$

$=8266.05(cm^3)$

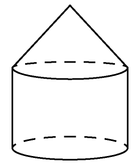
答：它的体积是 $8266.05cm^3$。

2 图中四边形 $ABCD$ 是一个直角梯形，以 BC 边所在直线为轴旋转一周后，所得图形的体积是多少立方厘米？

（单位：cm）



【思路导引】 以 BC 边所在直线为轴，旋转一周后得到的立体图形如图，圆柱和圆锥等底，且底面半径是 3 cm，圆柱高为 5 cm，圆锥的高为 5 cm。这个立体图形的体积＝圆锥的体积＋圆柱的体积。



【解答】 $10-5=5(\text{cm})$

$3.14\times3^2\times5\times\frac{1}{3}+3.14\times3^2\times5=188.4(\text{cm}^3)$

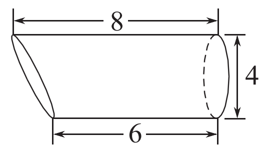
答：所得图形的体积为 188.4cm^3。

以平面图形的哪条边所在直线为轴旋转一周，得到的立体图形的高就是这条边。

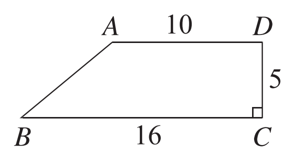
争星显优

☆☆☆

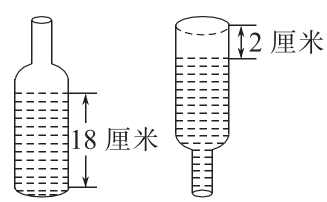
1. 一根圆木沿某一平面截去一部分后剩下部分如图，求出它的体积。（单位：米）



2. 图中的四边形 $ABCD$ 是一个直角梯形，以 BC 边所在直线为轴旋转一周后，所得图形的体积是多少立方厘米？（单位：厘米）

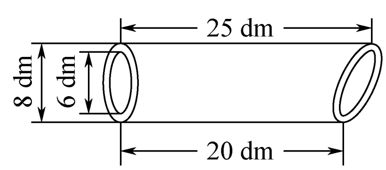


3. 如图，一个水瓶，瓶身是圆柱体（不包括瓶颈），容积是 500 毫升，现在往里面装一些水，正放的时候，水高为 18 cm，倒放时，空余部分高为 2 厘米，求水的体积。

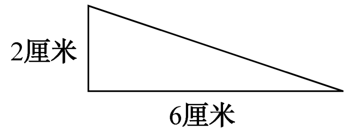


☆☆☆☆

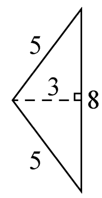
4. 建筑工地上有一根近似圆柱形的水泥管（如图），求它的体积。



5. 如图，一个两直角边的长度分别为 2 厘米和 6 厘米的直角三角形，分别以这两条直角边所在直线为轴旋转一周，得到两个圆锥，这两个圆锥的体积相等吗？如果不相等，那么大的体积是小的几倍？



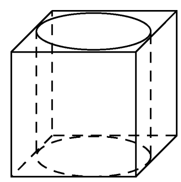
6. 如图，一个等腰三角形，绕它的底边所在直线旋转一周，得到一个立体图形，这个立体图形的体积是多少？（单位：cm）



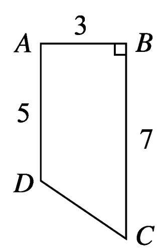
7. 用直径为 20 厘米的圆钢，锻造成长、宽、高分别为 30 厘米、20 厘米、5 厘米的长方体钢板，应截取圆钢多长？（精确到 0.1 厘米）

☆☆☆☆☆

8. 如图所示，一个正方体的纸盒中恰好能装入一个体积为 6.28 cm^3 的圆柱体。纸盒的容积有多大？（$\pi=3.14$）



9. 图中四边形 $ABCD$ 是直角梯形，以 AD 为轴旋转一周，所得图形的体积是多少立方厘米？[提示：用大圆柱的体积减去一个圆锥的体积，就是所求图形的体积]



（单位：厘米）

参考答案

一、负　　数

走进负数

1. (1)上车的人:5+4+3+6=18(人)
下车的人:6+3+2+17=28(人)
28-18=10(人)
下车的人多,多10人。
(2)30-10=20(人)
2. 向东:12+18=30(米)
向西:15+20=35(米)
35-30=5(米)
苹苹在A地的西面,离A地有5米。
3. 65×20=1300(米)　1300-800=500(米)
淘淘所处的位置在少年宫的东边500米处,表示为-500米。
4. (0+3+2-1-2+4)÷6=1(厘米)
125+1=126(厘米)
5. (1)(答案不唯一)以35个为标准,8人的成绩分别表示为:+3个,-2个,+5个,0个,+1个,+2个,-2个,+1个。
(2)(3-2+5+0+1+2-2+1)÷8=1(个)
35+1=36(个)
6. 甲的成绩记作+1,乙的实际成绩为7环,丙为5环,丁为8环,戊为3环。
7. (1)向东:15+14+10+4+15=58(千米)
向西:3+11+12+15+18=59(千米)
59-58=1(千米)
离下午的出发点向西1千米。
(2)(58+59)×0.06=7.02(升)

二、百分数(二)

1. 打折扣

1. 240×80%-240÷(1+60%)=42(元)
2. 480÷300=1(个)……180(元)
(480-120)÷480=0.75=7.5折=七五折
3. 130÷[(1+40%)×90%-1]=500(元)
4. 18÷[1-(1+30%)×70%]=200(元)
5. 150×0.5=75(元)
A店:75×90%=67.5(元)
B店:150÷(5+1)×5×0.5=62.5(元)
C店:150×0.5=75(元)
62.5<67.5<75　到B店买最合算。
6. 120×(1+50%)÷90%=200(元)
200×80%÷(1+60%)=100(元)
7. **解:**设这种羽绒服的定价是x元。
$[40-(1-95\%)x]\times15=(40-15)\times18$
$600-0.75x=450$
$x=200$
8. **解:**设打九折的钢笔有x支。
$6\times90\%x+(100-x)\times6=4\times100+188$
$5.4x+600-6x=588$
$0.6x=12$
$x=20$

2. 浓度问题

1. 300×(1-20%)=240(克)
240÷(1-40%)=400(克)
400×40%-300×20%=100(克)
2. 800×1.75%÷35%=40(千克)
800-40=760(千克)
3. (100×50%-100×25%)÷(25%-5%)=125(千克)
4. 20×(1-15%)÷(1-20%)=21.25(千克)
21.25-20=1.25(千克)
5. 30×16%÷0.15%-30=3170(千克)
6. (500×70%+50%×300)÷(500+300)×100%=62.5%
7. 100×(1-90%)÷(1-80%)=50(千克)
8. $20\div(20+200)=\frac{1}{11}$
$\frac{1}{11}\times20=\frac{20}{11}$(mL)
甲瓶里酒精　$20-\frac{20}{11}=18\frac{2}{11}$(mL)
乙瓶里水　$20-\frac{20}{11}=18\frac{2}{11}$(mL)
所以一样多。
9. (10-2.5)÷10×5=3.75(升)
(10-2.5-3.75)÷10×100%=37.5%
10. 设原盐水重x千克
$20\%x=15\%(x+10)$
$x=30$
(30+10)×(1-15%)÷(1-25%)-(30+10)
$=5\frac{1}{3}$(千克)

单元综合提优(一)

1. (1+0.5)÷(1+1)=0.75=七五折
2. **解:**设原来图书馆有女生x人。
$(119-x)\times(1+37.5\%)+(1-40\%)x=121$
$x=55$
男生有:119-55=64(人)
3. 5500-3500=2000(元)
1500×3%+(2000-1500)×10%=95(元)
4. 设A、B两家面包店原来的售价均为“1”,B面包店营业额为“1”,则A面包店的营业额为“1.2”。
A面包店售出面包的数量:1.2÷0.8=1.5
B面包店售出面包的数量:1÷1=1
1.5÷1=1.5
5. 设一共有100名选手。
(100×75-100×75%×82)÷[100×(1-75%)]=54(分)
6. (4000-800)×14%=448(元)
448>420
夏老师的稿费不超过4000元。
420÷14%=3000(元)
3000+800=3800(元)
7. **解:**设2017年上半年营业额为x万元,下半年营业额为$(475-x)$万元。
$(1+48\%)x+(475-x)\times(1+20\%)=640$
$x=250$
250×(1+48%)=370(万元)
8. **解:**设李叔叔每月收入x元。
$86000-(x-2000)\times18=110000-(x-1500)\times24$
$x=4000$
86000-(4000-2000)×18=50000(元)

三、圆柱与圆锥

1. 圆柱的表面积(一)

1. 12.56÷4÷3.14÷2=0.5(厘米)
$3.14\times0.5^2\times2+12.56=14.13$(平方厘米)
2. 15.7÷3.14÷2=2.5(分米)
$3.14\times2.5^2\times2+15.7\times(2.5\times2\times2)=196.25$(平方分米)
3. 160÷2÷8=10(dm)
$3.14\times(10\div2)^2\times2+3.14\times10\times8=408.2(dm^2)$
4. 56.52÷2÷3.14=9(平方厘米)

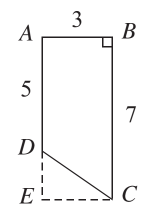
$9=3\times3$(半径为 3 厘米)
$3.14\times3^2\times2+3.14\times3\times2\times60=1186.92$(平方厘米)
5. $31.4\div5\div3.14\div2=1$(cm)　$3.14\times1^2=3.14$(cm^2)
6. $3.14\times40\times100\div4=3140$($cm^2$)
$3.14\times(40\div2)^2\div4\times2=628$($cm^2$)
$40\div2\times100\times2=4000$($cm^2$)
$3140+628+4000=7768$(cm^2)
7. $9.42+100\div2\times3.14=166.42$($cm^2$)
8. 解:设圆柱的底面半径为 $r$cm。
根据这张长方形纸板的面积为 $828cm^2$,列方程:
$(2\pi r+2r)\cdot4r=828$
$r^2=25$
$r=5$

2. 圆柱的表面积(二)

1. $3.14\times4^2\times2+3.14\times(4\times2)\times5+3.14\times(2\times2)\times5=288.88$(平方分米)
2. $3.14\times20\times2\times20+3.14\times(20+20)^2=7536$(平方厘米)
3. $3.14\times3^2\times2+3.14\times3\times2\times1+3.14\times2\times2\times1+3.14\times1\times2\times1=94.2$(平方分米)
4. 上半圆柱的表面积:$3.14\times(40\div2)^2+3.14\times40\times40\div2=3768$(平方厘米)
下正方体的表面积:$40\times40\times5=8000$(平方厘米)
$3768+8000=11768$(平方厘米)
5. $(3.14\times10^2\times2+3.14\times10\times2\times24)\times\frac{270^\circ}{360^\circ}+10\times24\times2=2081.4$($cm^2$)
6. $3.14\times5^2\times2+3.14\times5\times2\times6+3\times2\times4=369.4$($cm^2$)
7. $4\times4\times6-3.14\times(4\div2)^2\times2+3.14\times4\times4=121.12$($dm^2$)
8. 大圆柱的表面积:$4^2\times3.14\times2+4\times2\times3.14\times4=200.96$($cm^2$)
三个小圆柱的侧面积和:$3\times2\times3.14\times2+3.14\times2\times2\times1+3.14\times2\times1\times0.5=53.38$($cm^2$)
$200.96+53.38=254.34$(cm^2)

3. 圆柱与圆锥的体积

1. 解法一:$3.14\times(4\div2)^2\times(8+6)\div2=87.92$(立方米)
解法二:$3.14\times(4\div2)^2\times6+3.14\times(4\div2)^2\times(8-6)\div2=87.92$(立方米)
2. 旋转一周后,所得的是一个组合图形,由一个圆柱和一个圆锥组成,圆柱的底面半径为 5 厘米,高为 10 厘米,圆锥的底面半径也是 5 厘米,高为 16−10=6 厘米。
$3.14\times5^2\times10+3.14\times5^2\times6\times\frac{1}{3}=942$(立方厘米)
3. 瓶子的容积相当于底面积×(18+2),用字母表示为 $V_{瓶容}=(18+2)S_{底}=20S_{底}$　$V_{水}=18S_{底}$
水的体积占瓶子容积的$\frac{18}{20}$,即$\frac{9}{10}$。
水的体积为 $500\times\frac{9}{10}=450$(毫升)
4. $3.14\times[(8\div2)^2-(6\div2)^2]\times(25+20)\div2=494.55$($dm^3$)
5. 以短边所在直线为轴:$3.14\times6^2\times2\times\frac{1}{3}$
$=75.36$(立方厘米)
以长边所在直线为轴:$3.14\times2^2\times6\times\frac{1}{3}$
$=25.12$(立方厘米)
它们的体积不相等。
$75.36\div25.12=3$　大的体积是小的 3 倍。
6. 旋转一周后,得到的立体图形由两个圆锥组成,这两个圆锥的底面半径都是 3 cm,高都是 4 cm。
$3.14\times3^2\times(8\div2)\times\frac{1}{3}\times2=75.36$($cm^3$)
7. $30\times20\times5\div[3.14\times(20\div2)^2]\approx9.6$(厘米)
8. 解:设圆柱的底面半径为 $r$cm。
$3.14\times r^2\times2r=6.28$
$r=1$
$(1\times2)^3=8$(cm^3)
9. 以 AD 为轴旋转一周与以 BC 为轴旋转一周所得的图形是不一样的。我们可以在梯形下补充一个直角三角形,使之成为一个长方形。如图,把长方形绕 AE 旋转一周,可得一个底面半径为 3 厘米,高为 7 厘米的圆柱,也可得一个底面半径为 3 厘米,高为 2 厘米的圆锥(三角形 DEC 绕 DE 旋转一周所形成的),用圆柱的体积减去圆锥的体积就是所求图形的体积。



(单位:厘米)

$3.14\times3^2\times7-3.14\times3^2\times2\times\frac{1}{3}=178.98$(立方厘米)

单元综合提优(二)

1. 圆柱的底面周长为:$75.36\div6=12.56$(cm)
圆柱的底面半径为:$12.56\div3.14\div2=2$(cm)
圆柱的体积为:$3.14\times2^2\times10=125.6$($cm^3$)
2. $30\div\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\right)=810$(毫升)
$810-30=780$(毫升)
3. 用 a 来表示正方体的棱长,圆柱的底面积用含 a 的式子表示为:$3.14\times\left(\frac{1}{2}a\right)^2$。
可以得出:$3.14\times\left(\frac{1}{2}a\right)^2=28.26$,求出 a^2 为 36。
正方体的表面积:$36\times6=216$(平方厘米)。
4. 切面是边长 10 厘米的正方形,说明圆柱的底面直径和高都是 10 厘米。
$3.14\times(10\div2)^2\times10\div2=392.5$(立方厘米)
5. 圆柱的底面周长为:$100.48\div4=25.12$(厘米)
底面直径为:$25.12\div3.14=8$(厘米)
圆柱的体积为:$3.14\times(8\div2)^2\times8=401.92$(立方厘米)
6. 用 a 表示正方体的棱长,圆锥的底面直径和高都是 a,圆锥的体积用含 a 的式子表示为$\frac{1}{3}\times3.14\times\left(\frac{1}{2}a\right)^2\cdot a=\frac{1}{3}\times3.14\times\frac{1}{4}\times a^3=\frac{1}{3}\times3.14\times\frac{1}{4}\times216=56.52$($dm^3$)
7. 用 r 表示圆柱的底面半径,圆柱的高用 h 表示,那么圆锥的底面半径为 $2r$,圆锥的高为$\frac{3}{5}h$。
$$\frac{V_{锥}}{V_{圆柱}}=\frac{\frac{1}{3}\pi(2r)^2(\frac{3}{5}h)}{\pi r^2h}=\frac{4}{5}$$
圆锥的体积是圆柱的$\frac{4}{5}$。
8. 解法一:从题中可知,6 厘米长的圆钢体积$=S_{水桶底}\times3$厘米
可求出水桶的底面积$\frac{3.14\times5^2\times6}{3}=157$(平方厘米)
圆钢的体积为:$157\times9=1413$(立方厘米)
解法二:圆钢露出 6 厘米,水面下降 3 厘米,圆钢全部露出,水面就会下降 9 厘米,可以求出圆钢的高。
$6\times(9\div3)=18$(厘米)
圆钢的体积为:$3.14\times5^2\times18=1413$(立方厘米)
9. 设容器底部半径 r,容器高为 h,因为水面高度占容器高度的$\frac{a}{b}$,那么,水面半径也占容器底面半径的$\frac{a}{b}$。
$\left[\frac{1}{3}\pi\times\left(\frac{a}{b}r\right)^2\times\left(\frac{a}{b}h\right)\right]\div\left(\frac{1}{3}\pi r^2h\right)=\frac{8}{27}$
即$\left(\frac{a}{b}\right)^3=\frac{8}{27}$,$\frac{a}{b}=\frac{2}{3}$,水面高度是容器高度的$\frac{2}{3}$。
10. 设圆柱的底面半径为 r 厘米,高为 h 厘米。
则圆柱的侧面积$=2\pi rh=200$
$\pi rh=100$
圆柱的体积$=\pi r^2h=400$