同步讲解类

教师备课 学生自主学习 必备

—主编/万志勇—

名师讲解

黄冈小状元

数学详解

六年级数学上

中国发行协会 优秀畅销书奖

R

附教材习题答案

用APP扫一扫，直达配套资源

状元共享课堂

防伪验证，锁定使用

龍門書局 龙门品牌 · 学子至爱 www.longmenshuju.com

R

黄冈小状元

数学详解

六年级数学·上

龍門書局

目录

一、分数乘法

第 1 课时　分数乘整数…… 2
第 2 课时　分数乘分数…… 7
第 3 课时　小数乘分数…… 13
第 4 课时　分数混合运算和简便计算…… 16
第 5 课时　解决问题…… 22
第一单元巧巩固…… 28
第一单元重点考题…… 30

教材习题选讲

教材 7 页第 13 题 …… 10
教材 12 页第 16 题…… 19
教材 12 页第 17 题…… 19

二、位置与方向(二)

第 1 课时　根据方向和距离描述和确定位置…… 32
第 2 课时　描述简单的路线图…… 37
第二单元巧巩固…… 42
第二单元重点考题…… 44

教材习题选讲

教材 25 页第 6 题 …… 34
教材 26 页第 8 题 …… 38

三、分数除法

1. 倒数的认识 …… 45
2. 分数除法 …… 49
第 1 课时　分数除以整数…… 49
第 2 课时　一个数除以分数…… 52
第 3 课时　分数四则混合运算…… 58
第 4 课时　解决问题①…… 63
第 5 课时　解决问题②…… 67
第 6 课时　解决问题③…… 74
第 7 课时　解决问题④…… 78
第三单元巧巩固…… 82
第三单元重点考题…… 85

教材习题选讲

教材 36 页第 17 题…… 60
教材 40 页第 8 题 …… 68
教材 40 页第 10 题…… 69
教材 45 页第 9 题 …… 80
教材 47 页第 5 题 …… 84

四、比

第 1 课时　比的意义…… 86
第 2 课时　比的基本性质…… 91
第 3 课时　比的应用…… 96

教材习题选讲

教材 53 页第 7 题 …… 93
教材 53 页第 8 题 …… 93
教材 53 页思考题 …… 93
教材 56 页第 11 题…… 97

第四单元巧巩固…… 99
第四单元重点考题…… 101

五、圆

1. 圆的认识 …… 103
2. 圆的周长 …… 110
3. 圆的面积 …… 116
4. 扇形 …… 123
第五单元巧巩固…… 126
第五单元重点考题…… 129

教材习题选讲

教材 60 页第 3 题 ……107
教材 66 页第 11 题……113
教材 74 页第 16 题……120
教材 76 页第 4 题部分题目
……124
教材 78 页第 5 题 ……128
教材 79 页第 8 题 ……129

六、百分数（一）

第 1 课时　百分数的意义和读、写法…… 131
第 2 课时　百分率及百分数、小数和分数的互化…… 135
第 3 课时　解决问题…… 142
第六单元巧巩固…… 150
第六单元重点考题…… 153

教材习题选讲

教材 92 页第 6 题 ……146
教材 93 页第 14 题……146
教材 95 页第 2 题 ……152

七、扇形统计图

第 1 课时　扇形统计图…… 154

八、数学广角——数与形

第 1 课时　数学广角——数与形…… 161
第七、八单元巧巩固…… 168
第七、八单元重点考题…… 170

教材习题选讲

教材 108 页第 2 题……163
教材 109 页第 1 题……164

九、总复习

领域整理复习…… 172
领域一　数与代数…… 172
领域二　图形与几何…… 178
领域三　统计与概率…… 181
期末模拟…… 183

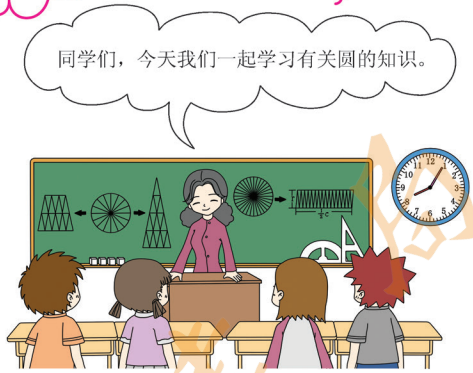
本书习题答案…… 187
教材习题答案…… 194

教材习题选讲

教材 113 页第 3 题……175
教材 113 页第 4 题……180

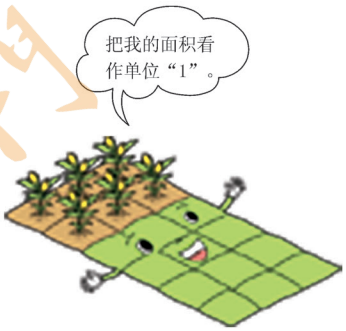
开学了

1. 新学期开始了，我又可以学到更多有用的知识啦！

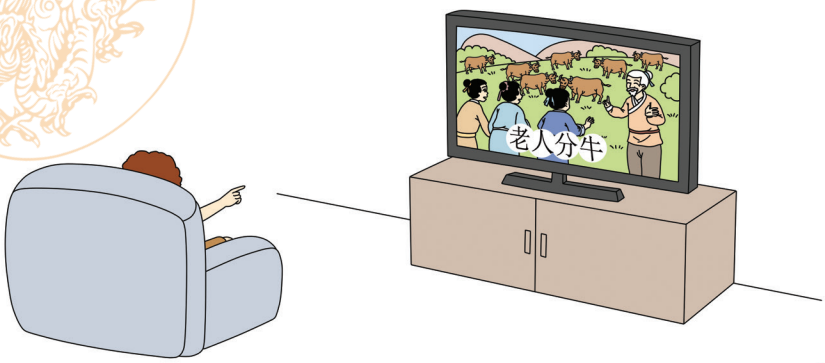


2. 这节课的知识有点难呢，不过，在老师的耐心讲解下，我还是学会啦！

3. 放学后，我和小伙伴们一起写作业，一起讨论问题。



4. 《小状元数学详解》是我学习中的好搭档，书中有许多漂亮的图片，为我增添了学习的乐趣！



5. 周末，我在家里看动画片，咦，这个老爷爷遇到的问题我可以用刚学到的知识解答呢！

✻姓名 _____ ✻班级 _____

一、分数乘法

第 1 课时　分数乘整数

学习目标

知识要点：

1. 会笔算分数乘整数。
2. 能解决分数乘整数的实际问题。

重点　理解分数乘整数的意义，掌握分数乘整数的计算方法。

难点　理解分数乘整数的算理。

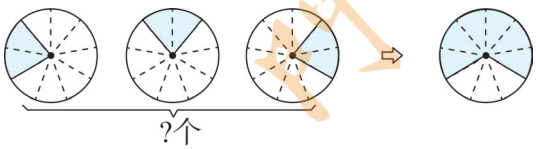
忆旧知 记新知

课堂点拨

教材例题解析

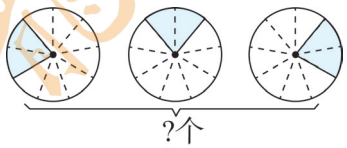
知识点 1　分数乘整数的意义和计算方法

问题呈现　小新、爸爸、妈妈一起吃一个蛋糕，每人吃 $\frac{2}{9}$ 个，3 人一共吃多少个？（教材 2 页例 1）



解决问题

理解题意　借助示意图理解题意。



方法探究

求 3 个 $\frac{2}{9}$ 是多少，可以列式为：

$\frac{2}{9}+\frac{2}{9}+\frac{2}{9}=$（3 个加数相同，用乘法比较简便）$\frac{2}{9}\times 3$ 或 $3\times\frac{2}{9}$

$\frac{2}{9}\times 3=\frac{2\times 3}{9}$ 分子“2”与整数“3”相乘的积作分子。分母9不变。

规范解答

方法一：$\frac{2}{9}+\frac{2}{9}+\frac{2}{9}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$（个）

方法二：$\frac{2}{9}\times 3=\frac{2}{9}+\frac{2}{9}+\frac{2}{9}=\frac{2+2+2}{9}=\frac{2\times 3}{9}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$（个）

方法三：$\frac{2}{9}\times3=\frac{2\times\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{3}{\cancel{9}}}=\frac{2}{3}$（个）

方法三最简便。

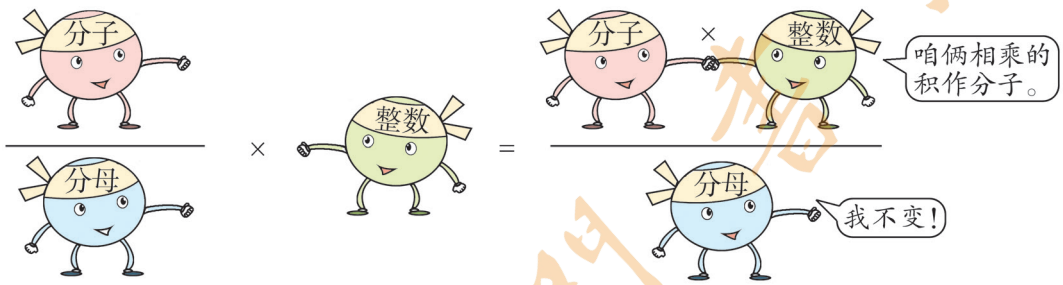
温馨提示：能约分的先约分。

答：3 人一共吃 $\frac{2}{3}$ 个。

方法总结

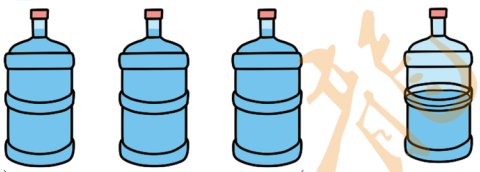
分数乘整数，用分子乘整数的积作分子，分母不变。能约分的先约分再计算。

巧学妙记



知识点 2 一个数乘分数的意义

问题呈现 1 桶水有 12L。（教材 3 页例 2）



3桶共多少升？

$\frac{1}{2}$桶是多少升？

$\frac{1}{4}$桶是多少升？

解决问题

理解题意 已知 1 桶水有 12L，求 3 桶、$\frac{1}{2}$ 桶、$\frac{1}{4}$ 桶各有多少升。

题中的数量关系是：1 桶水的体积 × 桶数＝所求的体积。

方法探究 利用数量关系，根据题意可以列出算式：

3 桶共多少升：12×3

$\frac{1}{2}$ 桶是多少升：$12\times\frac{1}{2}$

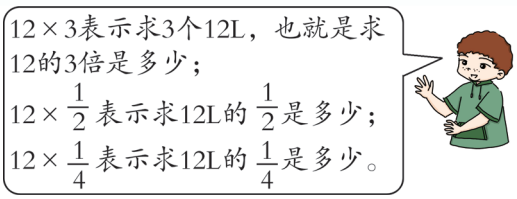
$\frac{1}{4}$ 桶是多少升：$12\times\frac{1}{4}$

规范解答 $12\times3=36$（L）

$12\times\frac{1}{2}=\overset{6}{\cancel{12}}\times\frac{1}{\cancel{2}_{1}}=6$（L）

$12\times\frac{1}{4}=\overset{3}{\cancel{12}}\times\frac{1}{\cancel{4}_{1}}=3$（L）

答：3桶共36L，$\frac{1}{2}$桶是6L，$\frac{1}{4}$桶是3L。



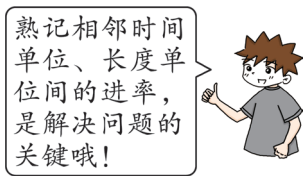
方法总结

一个数乘分数表示求这个数的几分之几是多少。

小考真题精讲

例1 精心填写。

（1）$\frac{3}{4}$时=（　　）分　（2）$\frac{2}{5}$千米=（　　）米



思路导引

（1）把$\frac{3}{4}$时化为以分为单位的名数就是把$\frac{3}{4}$乘进率60；

（2）把$\frac{2}{5}$千米化为以米为单位的名数就是把$\frac{2}{5}$乘进率1000。

规范解答 （1）$\frac{3}{4}$时$=\left(\frac{3}{4}\times60\right)$分$=(45)$分　（2）$\frac{2}{5}$千米$=\left(\frac{2}{5}\times1000\right)$米$=(400)$米

计算时能约分的先约分，会更简便。

方法总结

高级单位向低级单位转换，用乘进率的方法解决，计算时能约分的先约分再计算。

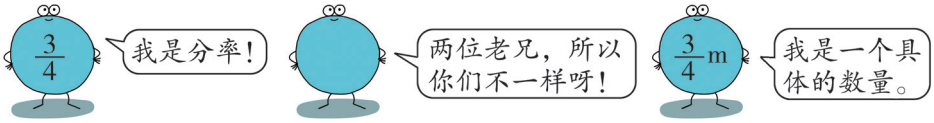
例2 两根铁丝都长2m，从第一根上截去它的$\frac{3}{4}$，第二根截去$\frac{3}{4}$m。截去的部分（　　）。

①一样长　②第一根长　③第二根长　④无法比较

思路导引 第一根截去$\frac{3}{4}$，表示截去2m的$\frac{3}{4}$，是$2\times\frac{3}{4}=\frac{3}{2}$（m）；而第二根是截去$\frac{3}{4}$m。因为$\frac{3}{2}$m $>\frac{3}{4}$m，所以截去的部分第一根长。

规范解答 ②

方法总结

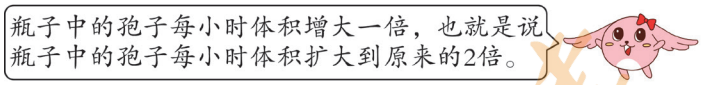


课后拓展

能力点 运用列表法解决分数乘法问题

例题 瓶子中装有一种孢子，每小时分裂一次，体积增大一倍。如果最初孢子的体积占瓶子的 $\frac{1}{32}$，4 小时后孢子的体积占瓶子的几分之几？

思路导引 通过列表可以清楚地看到孢子每次分裂后体积的变化。如下表所示：



时间	1 小时	2 小时	3 小时	4 小时
孢子的体积	$\frac{1}{32}\times2$	$\frac{1}{32}\times2\times2$	$\frac{1}{32}\times2\times2\times2$	$\frac{1}{32}\times2\times2\times2\times2$

规范解答 $\frac{1}{32}\times2\times2\times2\times2=\frac{1}{2}$

答：4 小时后孢子的体积占瓶子的 $\frac{1}{2}$。

方法总结

当问题比较复杂时，运用列表的方法来解决，会使问题呈现得更加清晰，不妨试一试！

秘招小练

能力练

1. 改一改。（对的画“√”，错的画“×”，并改正）

$5\times\frac{5}{7}=\cancel{5}^{1}\times\frac{\cancel{5}^{1}}{7}=\frac{1}{7}$（　　）

$\frac{9}{10}\times6=\frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{10}_{5}}\times\cancel{6}^{3}=\frac{12}{5}$（　　）

2. 填一填。

（1）$\frac{5}{12}$ 小时＝（　　）分

$\frac{4}{5}$ 千克＝（　　）克

9m 的 $\frac{2}{3}$ 是（　　）m

$\frac{7}{20}$ 米＝（　　）厘米

$\frac{3}{5}$ 平方分米＝（　　）平方厘米

32 个 $\frac{3}{8}$ kg 是（　　）kg

（2）不用算，我会填“>”“<”或“=”。

$18\times\frac{5}{6}$ ◯ 18　　$72\times\frac{5}{3}$ ◯ 72　　$36\times\frac{5}{6}$ ◯ $36\times\frac{6}{5}$

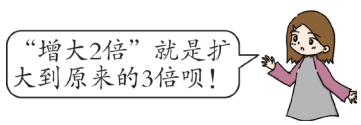
（3）一根绳子长 10 米，用去 $\frac{3}{5}$，还剩（　　）；用去 $\frac{3}{5}$，还剩（　　）米。

3. 淘淘家住在七楼，放学回家他从一楼走到二楼用了 $\frac{4}{15}$ 分，照这样计算，他从一楼走到七楼要用多少分？

4.（真题）已知 a、b、c 是三个不为 0 的自然数，并且 $a\times\frac{12}{13}=\frac{5}{6}\times b=c\times\frac{8}{9}$，$a$、$b$、$c$ 这三个自然数谁最大？谁最小？

拓展练

5. 水池中有一种水藻，每天分裂一次，体积增大 2 倍。如果最初水藻占水池面积的 $\frac{1}{81}$，3 天后，水藻的面积占水池的几分之几？



第 2 课时　分数乘分数

学习目标

知识要点：

1. 理解分数乘分数的意义，会进行分数乘分数的计算。
2. 能解决分数乘分数的实际问题。

重点　分数乘分数的计算方法，尤其是简便算法。

难点　理解分数乘分数的算理。

忆旧新知

课堂点拨

教材例题解析

知识点 1　分数乘分数的计算方法

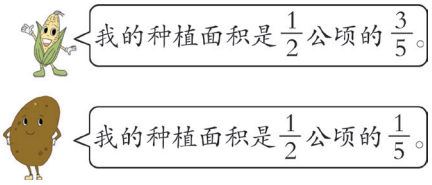
问题呈现　李伯伯家有一块 $\frac{1}{2}$ 公顷的地。（教材 3 页例 3）

（1）种土豆的面积是多少公顷？

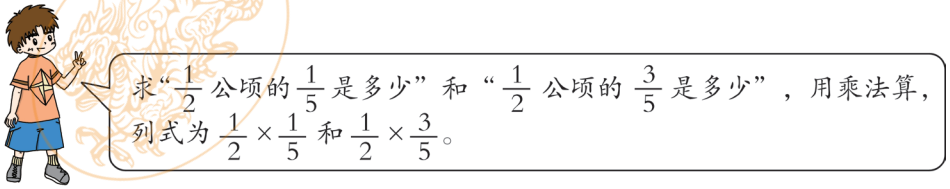
（2）种玉米的面积是多少公顷？

解决问题

理解题意

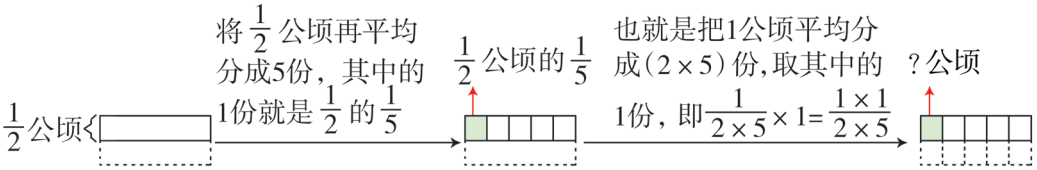


方法探究

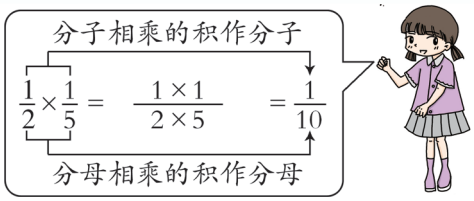


（1）借助示意图计算 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}$。

①用一个长方形表示 1 公顷，把它平均分成 2 份，其中的 1 份表示 $\frac{1}{2}$ 公顷。

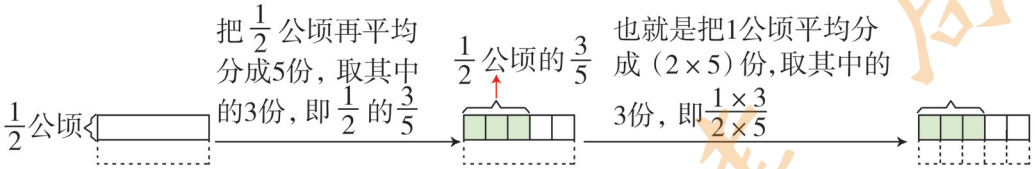


②

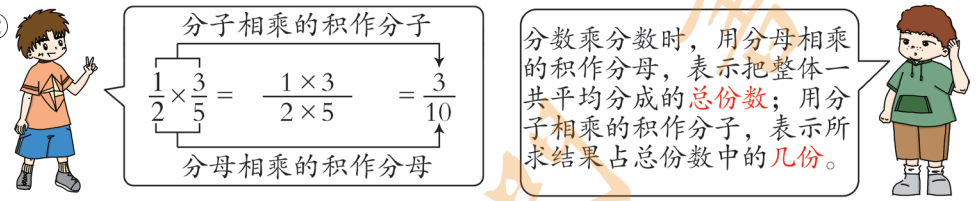


（2）借助示意图计算 $\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}$。

①用一个长方形表示 1 公顷，把它平均分成 2 份，其中的 1 份表示 $\frac{1}{2}$ 公顷。



②



规范解答 （1）$\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{1\times1}{2\times5}=\frac{1}{10}$（公顷）

答：种土豆的面积是 $\frac{1}{10}$ 公顷。

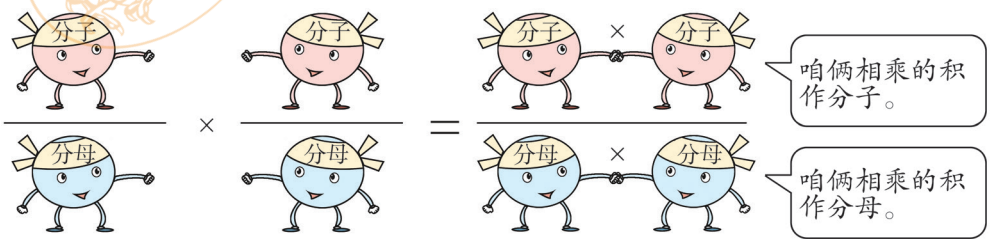
（2）$\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{1\times3}{2\times5}=\frac{3}{10}$（公顷）

答：种玉米的面积是 $\frac{3}{10}$ 公顷。

方法总结

分数乘分数，用分子相乘的积作分子，用分母相乘的积作分母。用字母表示为 $\frac{b}{a}\times\frac{d}{c}=\frac{b\times d}{a\times c}$（$a\neq0$，$c\neq0$）。

巧学妙记



知识点 2 分数乘分数的简便算法

问题呈现 无脊椎动物中游泳最快的是乌贼，它每分钟可游 $\frac{9}{10}$ km。

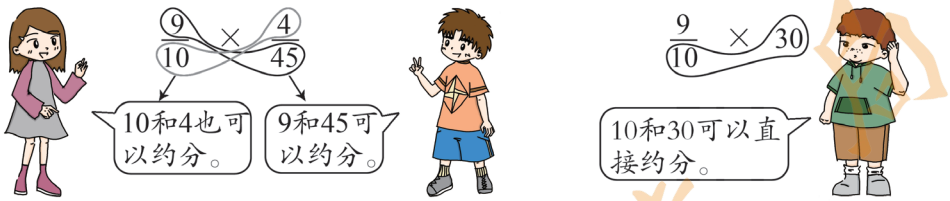
（1）李叔叔每分钟游的距离是乌贼的 $\frac{4}{45}$。李叔叔每分钟游多少千米？

（2）乌贼 30 分钟可以游多少千米？（教材 5 页例 4）

解决问题

理解题意 求“李叔叔每分钟游多少千米”就是求 $\frac{9}{10}$ km 的 $\frac{4}{45}$ 是多少，列式为 $\frac{9}{10}\times\frac{4}{45}$；求“乌贼 30 分钟可以游多少千米”就是求 30 个 $\frac{9}{10}$ km 是多少，列式为 $\frac{9}{10}\times30$。

方法探究



规范解答 （1）$\frac{9}{10}\times\frac{4}{45}=\frac{\overset{1}{\cancel{9}}\times\overset{2}{\cancel{4}}}{\underset{5}{\cancel{10}}\times\underset{5}{\cancel{45}}}=\frac{2}{25}$（km）　（2）$\frac{9}{10}\times30=\frac{9}{\underset{1}{\cancel{10}}}\times\overset{3}{\cancel{30}}=27$（km）

答：李叔叔每分钟游 $\frac{2}{25}$ km。　答：乌贼 30 分钟可以游 27 km。

方法总结

为了计算简便，可以先约分再计算。

易错易混剖析

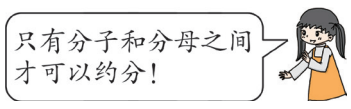
例 1　$\frac{2}{3}\times\frac{8}{9}$

错误解答 $\frac{2}{3}\times\frac{8}{9}=\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}\times\frac{\overset{4}{\cancel{8}}}{\underset{3}{\cancel{9}}}=\frac{4}{3}$

错误分析 此题错在计算时把分子 2 和 8、分母 3 和 9 进行了约分。

正确解答 $\frac{2}{3}\times\frac{8}{9}=\frac{2\times8}{3\times9}=\frac{16}{27}$

规避策略



例 2　$\frac{17}{16}\times\frac{16}{51}$

错误解答 $\frac{17}{16}\times\frac{16}{51}=\frac{17}{\underset{1}{\cancel{16}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{16}}}{51}=\frac{17}{51}$

错误分析 没能判断出 51 是 17 的 3 倍，误以为 17 和 51 是互质数，忘记约分。

正确解答 $\frac{17}{16}\times\frac{16}{51}=\frac{\overset{1}{\cancel{17}}}{\underset{1}{\cancel{16}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{16}}}{\underset{3}{\cancel{51}}}=\frac{1}{3}$

规避策略

在约分时，一定要认真观察数的特点，不能因为数太大而误认为不能约分。

教材习题选讲

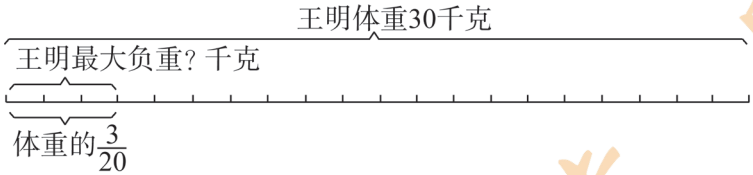
教材 7 页第 13 题

儿童的负重最好不要超过体重的 $\frac{3}{20}$。如果长期背负过重物体，会导致腰痛及背痛，严重的甚至会妨碍骨骼成长。

（1）王明的书包超重吗？为什么？

（2）称一称你的体重，算一算你负重最好不要超过多少千克。

思路导引 根据题意画线段图：



王明最大负重=体重30千克 × $\frac{3}{20}$

（1）

可以先算出王明的最大负重，再与他的书包重比较，并进行判断。

也可以先算出书包重占体重的几分之几，再与$\frac{3}{20}$比较，并进行判断。

（2）称出自己的体重（如 40 千克），再算出自己的负重最好不要超过多少千克。

规范解答 （1）方法一：$30\times\frac{3}{20}=4.5$（千克） 5 千克＞4.5 千克，王明的书包超重。

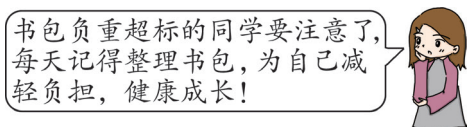
方法二：$5\div30=\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}>\frac{3}{20}$，王明的书包超重。

答：王明的书包超重。

（2）假设我的体重是 40 千克，则

$40\times\frac{3}{20}=6$（千克）

答：我的负重最好不要超过 6 千克。



小考真题精讲

例题 甲、乙、丙是好朋友，有一次他们一起吃饭，甲支付了所有餐费的 $\frac{2}{5}$，乙支付了所有餐费的 $\frac{3}{5}$。事后，丙一定要坚持“AA 制”，若丙拿出 50 元刚刚好。则丙应该分别给甲、乙各多少元？

思路导引

“AA制”说明3人所付餐费同样多，则所有餐费一共50×3=150（元）。

先算出甲、乙各付了多少元，再算出他们各多付了多少元，多付的也就是丙应该给他们的。

规范解答 $50\times3=150$（元） $150\times\frac{2}{5}-50=10$（元） $150\times\frac{3}{5}-50=40$（元）

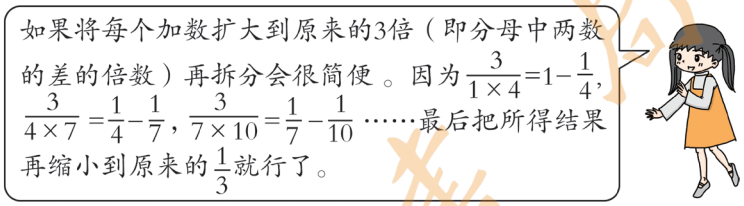
答：丙应该给甲 10 元，给乙 40 元。

课后拓展

能力点 运用拆分法解决较复杂的分数计算问题

例题 $\frac{1}{1\times4}+\frac{1}{4\times7}+\frac{1}{7\times10}+\cdots+\frac{1}{16\times19}$

思路导引



规范解答

$$\begin{aligned}&\frac{1}{1\times4}+\frac{1}{4\times7}+\frac{1}{7\times10}+\cdots+\frac{1}{16\times19}\\=&\left(\frac{3}{1\times4}+\frac{3}{4\times7}+\frac{3}{7\times10}+\cdots+\frac{3}{16\times19}\right)\times\frac{1}{3}\\=&\left(1-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{10}+\cdots+\frac{1}{16}-\frac{1}{19}\right)\times\frac{1}{3}\\=&\left(1-\frac{1}{19}\right)\times\frac{1}{3}\\=&\frac{18}{19}\times\frac{1}{3}\\=&\frac{6}{19}\end{aligned}$$

巧思妙解

形如$\frac{1}{a\times(a+n)}$的分数可以拆分成$\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{a+n}\right)\times\frac{1}{n}$（$a\neq0,n\neq0$）的形式，会使计算更简便！

秘招小练

能力练

1. 在○里填上“>”“<”或“=”。

$\frac{5}{9}\times\frac{3}{5}$ ○ $\frac{5}{6}\times\frac{2}{5}$　　$\frac{4}{7}\times\frac{1}{2}$ ○ $\frac{6}{11}\times\frac{1}{3}$

$\frac{3}{10}\times\frac{2}{3}$ ○ $\frac{5}{8}\times\frac{2}{5}$　　$\frac{8}{15}\times\frac{9}{14}$ ○ $\frac{2}{7}\times\frac{4}{5}$

$\frac{7}{8}\times\frac{4}{5}$ ○ $\frac{5}{6}\times\frac{21}{25}$　　$\frac{5}{7}\times\frac{3}{16}$ ○ $\frac{5}{16}\times\frac{3}{7}$

2. 猪八戒和孙悟空谁说的有道理？说明你的理由。

3. 李叔叔家有两幅正方形的风景画，一幅边长是 $\frac{5}{6}$ 米，另一幅边长是 $\frac{1}{2}$ 米，这两幅风景画的面积相差多少平方米？

4.（真题）A、B、C 是好朋友，有一次他们一起自驾游，A 支付了所有旅行费的 $\frac{5}{8}$，B 支付了所有旅行费的 $\frac{3}{8}$。事后，C 一定要“AA 制”，若 C 拿出 800 元刚刚好，则 C 应该给 A、B 各多少元？

拓展练

5. 计算。

$$\frac{1}{1\times3}+\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{5\times7}+\frac{1}{7\times9}+\cdots+\frac{1}{17\times19}$$

第 3 课时　小·数乘分数

学习目标

知识要点：

1. 会选择恰当的方法计算小数乘分数。
2. 能解决小数乘分数的实际问题。

重点　掌握小数乘分数的计算方法。

难点　选取恰当的方法计算小数乘分数。

忆旧记新知

课堂点拨

教材例题解析

知识点　小数乘分数

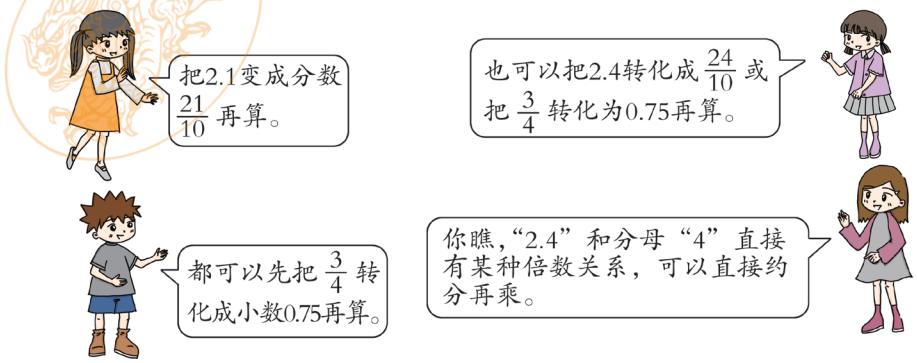
问题呈现　松鼠的尾巴长度约占身体长度的 $\frac{3}{4}$。（教材 8 页例 5）

（1）松鼠欢欢的尾巴有多长？　　（2）松鼠乐乐的尾巴有多长？

解决问题

理解题意　求各自尾巴的长度都是把“自己身体的长度”看作单位“1”。求松鼠欢欢的尾巴有多长就是求 2.1dm 的 $\frac{3}{4}$ 是多少；求松鼠乐乐的尾巴有多长就是求 2.4dm 的 $\frac{3}{4}$ 是多少。都用乘法计算，列式为 $2.1\times\frac{3}{4}$ 和 $2.4\times\frac{3}{4}$。

方法探究　（1）$2.1\times\frac{3}{4}$　　（2）$2.4\times\frac{3}{4}$



规范解答 （1）$2.1\times\frac{3}{4}=2.1\times0.75=1.575$（dm）

或 $2.1\times\frac{3}{4}=\frac{21}{10}\times\frac{3}{4}=\frac{63}{40}$（dm）

答：松鼠欢欢的尾巴有 $\frac{63}{40}$ dm 长。

（2）$2.4\times\frac{3}{4}=\overset{0.6}{\cancel{2.4}}\times\frac{3}{\cancel{4}_{1}}=1.8$（dm）

答：松鼠乐乐的尾巴有 1.8dm 长。

方法总结

小数乘分数的方法：（1）小数和分母存在某种倍数关系时，先直接约分再乘；（2）分数能化成有限小数的可将分数化成小数再乘；（3）也可将小数化成分数后再乘。

易错易混剖析

例题 $36.9\times\frac{1}{3}=$

错误解答 $36.9\times\frac{1}{3}=36.9\times0.3=11.07$

错误分析 $\frac{1}{3}$ 不等于 0.3，将 $\frac{1}{3}$ 转化成 0.3 来计算得到的不是本题的准确结果。

正确解答 $36.9\times\frac{1}{3}=\overset{12.3}{\cancel{36.9}}\times\frac{1}{\cancel{3}_{1}}=12.3$

规避策略

当分数不能化成有限小数时，小数乘分数不能转化成小数乘小数来计算。

课后拓展

能力点 运用推理法解决求字母所表示的值的问题

例题 a、b 是不为 0 的整数，$a\times\frac{b}{5}<a$，$a\times\frac{b}{3}>a$，求 b 的值。

思路导引 由“一个不为 0 的数乘小于 1 的数，得数小于本身”可知：$a\times\frac{b}{5}<a$ 中的 $\frac{b}{5}<1$，所以 $b<5$；由“一个不为 0 的数乘大于 1 的数，得数大于本身”可知：$a\times\frac{b}{3}>a$ 中的 $\frac{b}{3}>1$，则 $b>3$。因为 b 是不为 0 的整数，且大于 3 小于 5，故只能是 $b=4$。

规范解答 b 的值是 4。

方法总结

解决此类题目，结合题意先确定字母的取值范围，再逐步推理出字母所表示的具体数值。

秘招小练

能力练

1. 算一算。

$2.5\times\frac{1}{6}$　　$3.2\times\frac{1}{8}$　　$\frac{1}{4}\times0.8$

$\frac{9}{14}\times0.5$　　$8.4\times\frac{1}{7}$　　$\frac{7}{11}\times1.21$

2. 巧算。$1\frac{1}{3}-\frac{7}{12}+\frac{9}{20}-\frac{11}{30}+\frac{13}{42}-\frac{15}{56}$（提示：$1\frac{1}{3}=1+\frac{1}{3}$，$\frac{7}{12}=\frac{3+4}{3\times4}=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$，$\frac{9}{20}=\frac{4+5}{4\times5}=\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$）

3.（真题）一根钢管锯成 2 段需要 $\frac{5}{8}$ 分，如果锯成 9 段需要多少分？

4. 龙一鸣、壮壮、淘淘进行百米赛跑，龙一鸣的平均速度是 7.5 米 / 秒。

（1）壮壮的平均速度是龙一鸣的 $\frac{13}{15}$，壮壮的平均速度是多少？

（2）淘淘的平均速度是壮壮的 $\frac{4}{5}$，淘淘的平均速度是多少？

拓展练

5. a、b 是不为 0 的整数，$a\times\frac{b}{15}<a$，$a\times\frac{b}{13}>a$，求 b 的值。

第 4 课时　分数混合运算和简便计算

学习目标

知识要点：

1. 会按运算顺序正确进行分数混合运算。
2. 能根据乘法运算定律进行分数乘法简便运算。

忆旧新知

重点　掌握分数混合运算的运算顺序，会灵活进行简便计算。

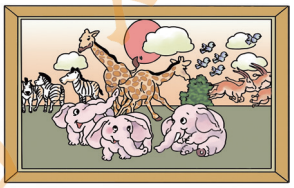
难点　根据题目数据的特点灵活选择运算定律进行简算。

课堂点拨

教材例题解析

知识点 1　分数混合运算

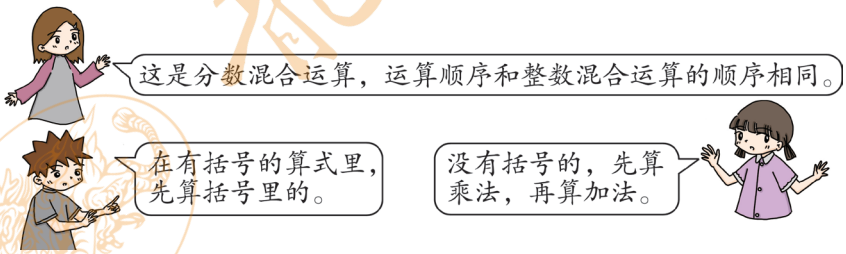
问题呈现　一个画框的尺寸如右图，做这个画框需要多长的木条？（教材 8 页例 6）



解决问题

理解题意　画框是一个长方形，长 $\frac{4}{5}$ m、宽 $\frac{1}{2}$ m，求做这个画框需要多长的木条，就是求长方形的周长。因此，可列式为 $\left(\frac{4}{5}+\frac{1}{2}\right)\times 2$ 或 $\frac{4}{5}\times 2+\frac{1}{2}\times 2$。

方法探究　$\left(\frac{4}{5}+\frac{1}{2}\right)\times 2$　　$\frac{4}{5}\times 2+\frac{1}{2}\times 2$



规范解答　方法一：$\left(\frac{4}{5}+\frac{1}{2}\right)\times 2$

$=\left(\frac{8}{10}+\frac{5}{10}\right)\times 2$

$=\frac{13}{10}\times 2$

$=2\frac{3}{5}$（m）

方法二：$\frac{4}{5}\times 2+\frac{1}{2}\times 2$

$=\frac{8}{5}+1$

$=2\frac{3}{5}$（m）

答：做这个画框需要 $2\frac{3}{5}$ 米长的木条。

方法总结

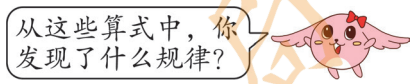
分数混合运算的运算顺序和整数混合运算的运算顺序相同。有括号的，先算括号里的；没有括号的先算乘除法，再算加减法。

知识点 2 整数乘法运算定律推广到分数

问题呈现 观察每组的两个算式，看看它们有什么关系。（教材 9 页）

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\bigcirc\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$　　$\left(\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\right)\times\frac{3}{5}\bigcirc\frac{1}{4}\times\left(\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}\right)$

$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{5}\bigcirc\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}$



解决问题

理解题意 仔细观察每组算式，会有如下特点：

第一组：左右两个算式中因数相同，只是交换了两个因数的位置。

第二组：左右两个算式中因数相同，只是左边的先算前两个因数的积；右边的先算后两个因数的积。

第三组：左边算式是两个加数的和乘 $\frac{1}{5}$，右边算式是两个加数分别乘 $\frac{1}{5}$ 后再相加。

方法探究 观察可发现：

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\bigcirc\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$　符合乘法交换律

$\left(\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\right)\times\frac{3}{5}\bigcirc\frac{1}{4}\times\left(\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}\right)$　符合乘法结合律

$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{5}\bigcirc\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}$　符合乘法分配律

规范解答 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$　　$\left(\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\right)\times\frac{3}{5}=\frac{1}{4}\times\left(\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}\right)$

$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{5}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}$

方法总结

整数乘法的交换律、结合律和分配律，对于分数乘法同样适用。

知识点 3 运用乘法运算定律进行简便计算

问题呈现 $\frac{3}{5}\times\left(\frac{1}{6}\times5\right)$　　$\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{4}\right)\times12$　（教材 9 页例 7）

$=\frac{3}{5}\times\left(5\times\frac{1}{6}\right)$　　$=\frac{5}{6}\times12+\frac{1}{4}\times12$

$=$_____　　$=$_____

$=$_____　　$=$_____

解决问题

理解题意 观察题中的数据可以发现：第一题中“$\frac{3}{5}$”的分母“5”和整数 5 能约分；第二题中的分母 6 和 4 都能与整数 12 约分。

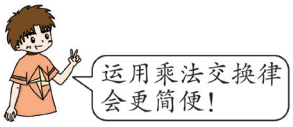
方法探究

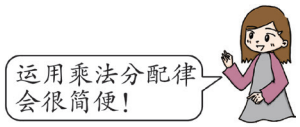
$\frac{3}{5}\times\left(\frac{1}{6}\times5\right)$

能约分

$\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{4}\right)\times12$

都能与 12 约分





规范解答

$\frac{3}{5}\times\left(\frac{1}{6}\times5\right)$

$=\frac{3}{5}\times\left(5\times\frac{1}{6}\right)$

$=\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{5}}}\times\overset{1}{\cancel{5}}\times\frac{1}{\underset{2}{\cancel{6}}}$

$=\frac{1}{2}$

$\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{4}\right)\times12$

$=\frac{5}{\underset{1}{\cancel{6}}}\times\overset{2}{\cancel{12}}+\frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}}\times\overset{3}{\cancel{12}}$

$=10+3$

$=13$

方法总结

进行分数混合运算时，要善于结合数据特点，灵活运用乘法的运算定律，使计算更简便！

易错易混剖析

例 1 $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)\times12$

错误解答 $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)\times12$

$=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\times12$

$=\frac{1}{3}+3$

$=3\frac{1}{3}$

错误分析 没有完全理解乘法分配律。

正确解答 $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)\times12$

$=\frac{1}{3}\times12+\frac{1}{4}\times12$

$=4+3$

$=7$

规避策略

正确理解运算定律，并灵活运用进行简算。

例 2 $\frac{9}{11}-\frac{9}{11}\times\frac{5}{16}$

错误解答 $\frac{9}{11}-\frac{9}{11}\times\frac{5}{16}=0\times\frac{5}{16}=0$

错误分析 没有掌握分数混合运算的运算顺序，第一步计算误算了减法。$\frac{9}{11}$ 可以看作 $\frac{9}{11}\times1$，可以运用乘法分配律进行简算。

正确解答 $\frac{9}{11}-\frac{9}{11}\times\frac{5}{16}=\frac{9}{11}\times\left(1-\frac{5}{16}\right)=\frac{9}{11}\times\frac{11}{16}=\frac{9}{16}$

规避策略

正确按分数混合运算的运算顺序计算，在没有括号的两级运算中，要先算乘除，后算加减。不因某些数据能“凑整”或“抵消”而随意改变运算顺序；能用乘法运算定律简算的要简算。

教材习题选讲

1. 教材 12 页第 16 题

下面的□里可以填的最大整数是多少？

（1）$\frac{5}{12}\times\frac{3}{4}<\frac{5}{\square}$　　（2）$\frac{\square}{6}\times\frac{4}{5}<\frac{5}{6}$　　（3）$\frac{5}{7}\times\frac{\square}{4}<1$

解难题

2. 教材 12 页第 17 题

有两筐苹果，第一筐重 30kg，如果从第一筐中取出 $\frac{1}{2}$ kg 放入第二筐，则两筐苹果同样重。两筐苹果一共重多少千克？（用不同的方法解答。）

思路导引 要求两筐苹果一共重多少千克，可以先求出第二筐苹果重多少千克。画线段图理解如下：

难点解读

要使不相等的两个量相等，只能从较多的量中拿出多的部分的一半给较少的量！

从题意和线段图可知：从第一筐中取出 $\frac{1}{2}$ kg 放入第二筐，两筐苹果同样重，说明第一筐原来比第二筐多的千克数就是 2 个 $\frac{1}{2}$ kg。

规范解答 方法一：$30-\frac{1}{2}\times2+30=59$（千克）

方法二：$\left(30-\frac{1}{2}\right)\times2=59$（千克）

答：两筐苹果一共重 59 千克。

小考真题精讲

例题 $6.3\times\left(\frac{7}{9}+\frac{4}{21}-\frac{3}{7}\right)$

思路导引 “6.3”可以转换成“$\frac{63}{10}$”，“63”是分母9、21、7的倍数，如果利用乘法分配律，计算起来会非常简便。

规范解答

$$6.3\times\left(\frac{7}{9}+\frac{4}{21}-\frac{3}{7}\right)$$
$$=\frac{63}{10}\times\frac{7}{9}+\frac{63}{10}\times\frac{4}{21}-\frac{63}{10}\times\frac{3}{7}$$
$$=\frac{49}{10}+\frac{6}{5}-\frac{27}{10}$$
$$=\frac{17}{5}$$

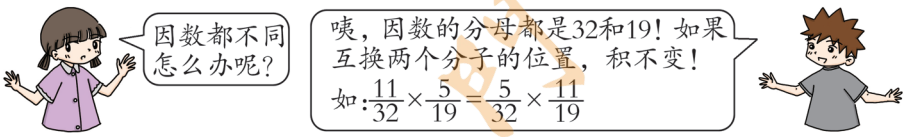
难点解读：仔细观察数据特点，找出数据间的联系，灵活运用运算定律计算会更简便！

课后拓展

能力点 “数巧变形”使计算更简便

例题 $\frac{11}{32}\times\frac{5}{19}+\frac{5}{32}\times\frac{8}{19}$

思路导引



规范解答

$$\frac{11}{32}\times\frac{5}{19}+\frac{5}{32}\times\frac{8}{19}$$
$$=\frac{5}{32}\times\frac{11}{19}+\frac{5}{32}\times\frac{8}{19}$$
$$=\frac{5}{32}\times\left(\frac{11}{19}+\frac{8}{19}\right)$$
$$=\frac{5}{32}\times1$$
$$=\frac{5}{32}$$

难点解读：分数乘法中，交换两个因数的分子的位置，积不变。运用数巧变形使计算更简便！

秘招小练

能力练

1. 下面各题计算对吗？把不对的改正过来。

$$\frac{5}{12}\times\frac{6}{7}+\frac{1}{7}$$
$$=\frac{5}{12}\times\left(\frac{6}{7}+\frac{1}{7}\right)$$
$$=\frac{5}{12}\times1$$
$$=\frac{5}{12}\ (\quad)$$

$$\frac{1}{8}\times\frac{4}{5}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{8}$$
$$=\left(\frac{4}{5}+\frac{1}{5}\right)\times\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\right)$$
$$=1\times\frac{1}{4}$$
$$=\frac{1}{4}\ (\quad)$$

2. 算一算。

$\frac{3}{8}\times\frac{79}{75}\times24\times25$　　$101\times\frac{1}{5}-\frac{1}{5}$　　$\left(\frac{7}{16}-0.25\right)\times\frac{17}{18}$

$\frac{8}{7}-\frac{1}{7}\times\frac{14}{11}$　　$\left(\frac{5}{8}-0.375\right)\times16$　　$\frac{6}{7}+\frac{2}{7}\times\frac{21}{2}$

3. 用简便方法计算下面各题。

$\left(\frac{5}{6}+\frac{2}{9}\right)\times3.6$　　$\left(24+\frac{1}{5}\right)\times\frac{5}{6}$　　$\frac{2}{13}\times12+\frac{2}{13}$

$\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\times0.75$　　$37\times\frac{7}{36}$　　$49\times\frac{5}{12}$

4.（真题）修路队修一条 7200 米长的公路。第一天修了全长的 $\frac{4}{15}$，第二天修了全长的 $\frac{1}{3}$。

（1）两天一共修了多少米？

（2）第一天比第二天少修多少米？

拓展练

5. 计算下面各题。

$\frac{1}{4}\times\frac{7}{13}+\frac{7}{4}\times\frac{12}{13}$

$\frac{7}{23}\times\frac{3}{31}+\frac{16}{23}\times\frac{7}{31}+\frac{7}{31}\times\frac{12}{23}$

第5课时　解决问题

学习目标

知识要点：

1. 会解决连续求一个数的几分之几是多少和求比一个数多（或少）几分之几的数是多少的实际问题。
2. 理解和掌握用分数乘法解决问题的思路，学会画图分析数量关系。

忆旧新知

重点　找准单位“1”。

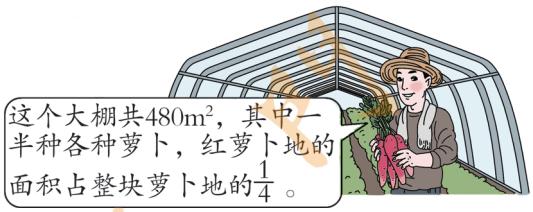
难点　弄清单位“1”和所求量之间的关系。

课堂点拨

教材例题解析

知识点1　连续求一个数的几分之几是多少

问题呈现　红萝卜地有多少平方米？（教材13页例8）



解决问题

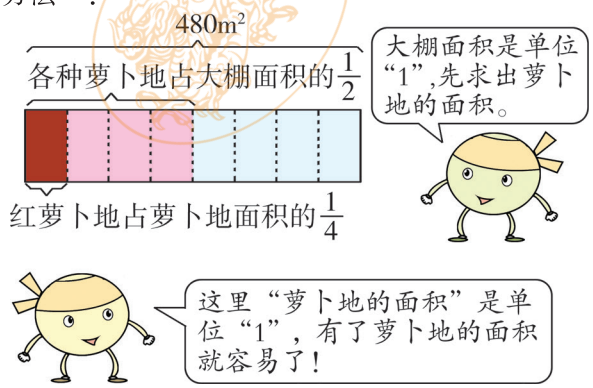
阅读与理解　（1）信息提示：整个大棚的面积是（480m²）；萝卜地的面积占整个大棚面积的（一半），也就是$\left(\frac{1}{2}\right)$；红萝卜地的面积占萝卜地面积的$\left(\frac{1}{4}\right)$。

（2）问题提取：要求的是（红萝卜地）的面积。

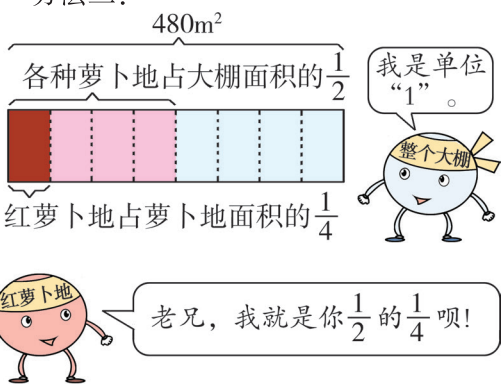
分析与解答

结合阅读与理解，画出示意图帮助理清数量关系。

方法一：



方法二：



借助图理清数量关系：

整个大棚的面积 × $\frac{1}{2}$

⇓

萝卜地的面积 × $\frac{1}{4}$

⇓

红萝卜地的面积

即：整个大棚的面积 × $\frac{1}{2}$ × $\frac{1}{4}$ ＝红萝卜地的面积

规范解答 方法一：

先求出萝卜地的面积：

$480\times\frac{1}{2}=240\ (m^2)$

再求出红萝卜地的面积：

$240\times\frac{1}{4}=60\ (m^2)$

借助图理清数量关系：

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}$

⇓

红萝卜地占整个大棚面积的几分之几 ×480

⇓

红萝卜地的面积

即：整个大棚的面积 × $\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\right)$ ＝红萝卜地的面积

方法二：

先求出红萝卜地占整个大棚的几分之几：

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$

再求出红萝卜地的面积：

$480\times\frac{1}{8}=60\ (m^2)$

综合算式：$480\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=60\ (m^2)$

答：红萝卜地的面积是 $60m^2$。

回顾与反思

方法总结

连续求一个数的几分之几是多少的分数乘法实际问题，解题关键是弄清楚每一步谁是单位“1”，谁是谁的几分之几，同时找准中间量。

知识点 2 求比一个数多（或少）几分之几的数是多少

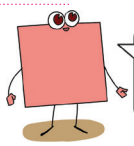
问题呈现 人心脏跳动的次数随年龄而变化。青少年心跳每分钟约 75 次，婴儿每分钟心跳的次数比青少年多 $\frac{4}{5}$。婴儿每分钟心跳多少次？（教材 14 页例 9）

解决问题

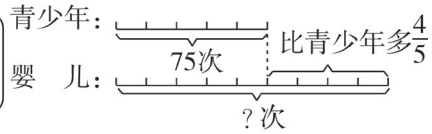
阅读与理解 （1）信息提示：青少年每分钟心跳约（75）次；婴儿每分钟心跳的次数比青少年多 $\frac{4}{5}$，多的部分是（青少年每分钟心跳次数）的 $\frac{4}{5}$。

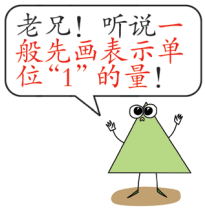
（2）问题提取：要求的是（婴儿每分钟心跳的次数）。

分析与解答



老弟，画线段图一目了然，简单多了！





老兄！听说一般先画表示单位“1”的量！

观察线段图可以发现：

方法一：青少年每分钟心跳的次数＋青少年每分钟心跳的次数 $\times \frac{4}{5}$ ＝婴儿每分钟心跳的次数

方法二：青少年每分钟心跳的次数 $\times \left(1+\frac{4}{5}\right)$ ＝婴儿每分钟心跳的次数

规范解答

方法一：$75+75\times\frac{4}{5}$

$=75+60$

$=135$（次）

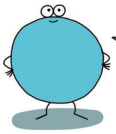
方法二：$75\times\left(1+\frac{4}{5}\right)$

$=75\times\frac{9}{5}$

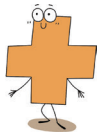
$=135$（次）

答：婴儿每分钟心跳 135 次。

回顾与反思



画图真是简单耶！谢了老兄！



兄弟，再教你一招：算算婴儿多的次数（135−75）是不是占青少年75次的$\frac{4}{5}$？如果是，才做对了哟！

方法总结

求比一个数多（或少）几分之几的数是多少的一般方法有：

方法一：这个数 ± 这个数 × 几分之几＝另一个数

方法二：这个数 ×（1± 几分之几）＝另一个数

巧学妙记

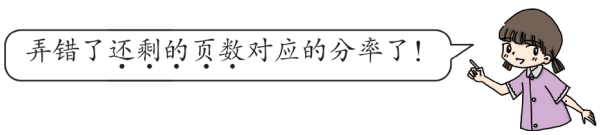
解决问题不难办，细读题干抓关键。
首先找准单位“1”，“比”“占”“是”后经常见。
等量关系看清晰，乘法意义来牵线。

易错易混剖析

例题 苹苹看一本 180 页的童话书，已经看了$\frac{2}{3}$，还剩多少页没有看？

错误解答 $180\times\frac{2}{3}=120$（页）

错误分析



弄错了还剩的页数对应的分率了！

正确解答 $180-180\times\frac{2}{3}=60$（页）或 $180\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=60$（页）

答：还剩 60 页没有看。

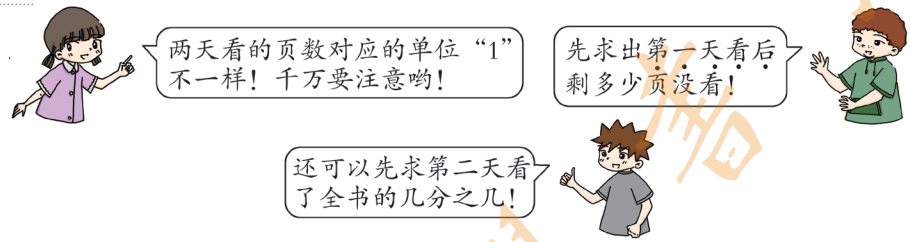
规避策略

利用画线段图的方法弄清数量间的关系，找准“量”相对应的“分率”是关键。

小考真题精讲

例题 淘淘看一本 80 页的故事书，第一天看了全书的 $\frac{1}{5}$，第二天看了剩下的 $\frac{3}{8}$。第二天看了多少页？

思路导引



规范解答

方法一：

第一天看的页数：$80\times\frac{1}{5}=16$（页）

第一天看后剩下的页数：$80-16=64$（页）

第二天看的页数：$64\times\frac{3}{8}=24$（页）

方法二：

第二天看的页数占全书的几分之几：

$\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\frac{3}{8}=\frac{3}{10}$

第二天看的页数：$80\times\frac{3}{10}=24$（页）

答：第二天看了 24 页。

方法总结

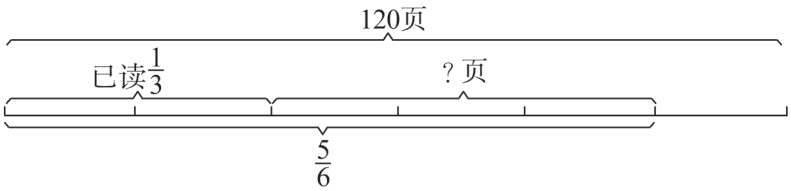
读清题意，找准单位“1”，找到数量之间的关系，是解决分数应用题的关键。

课后拓展

能力点 利用线段图和等量关系式分析问题

例题 依依读一本 120 页的故事书，已经读了 $\frac{1}{3}$，再读多少页正好读了这本书的 $\frac{5}{6}$？

思路导引 根据题意画线段图理解。



根据题意和线段图可以列出下面的关系式：

关系式①：再读的页数＝总页数 × $\frac{5}{6}$ − 已读的页数 $\left(120\times\frac{1}{3}\right)$

关系式②：再读的页数＝总页数 × 还要读的页数占这本书的几分之几 $\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{3}\right)$

规范解答

方法一：$120\times\frac{5}{6}-120\times\frac{1}{3}$

$=100-40$

$=60$（页）

方法二：$120\times\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{3}\right)$

$=120\times\frac{1}{2}$

$=60$（页）

答：再读 60 页正好读了这本书的 $\frac{5}{6}$。

方法总结

找准单位“1”，画出线段图，写好等量关系式，能让复杂的问题直观化，解答起来就简单多了。

秘招小练

能力练

1. 填一填。

（1）甲数是乙数的 $\frac{5}{8}$，乙数是丙数的 $\frac{2}{3}$。甲、乙两数相比，把（　　）看作单位“1”；乙、丙两数相比，把（　　）看作单位“1”。

（2）某品牌平板电脑原来每台 3800 元，现在的售价比原来降低了 $\frac{1}{5}$。

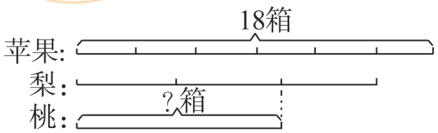
① $3800\times\frac{1}{5}$ 求的是（　　）。

② $1-\frac{1}{5}$ 求的是（　　）。

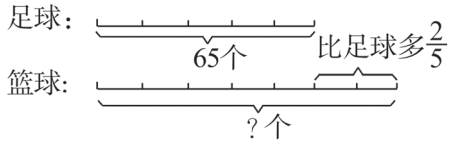
③ $3800\times\left(1-\frac{1}{5}\right)$ 求的是（　　）。

2. 看图列式计算。

（1）



（2）



3.（真题）据统计，上半年到体育中心参加健身活动的有 12 万人次，下半年比上半年多 $\frac{1}{4}$，全年到体育中心参加健身的共有多少万人次？（先画线段图，再解答）

4. 某修路队修一条公路，第一天修了 320 米，第二天比第一天多修 $\frac{1}{8}$，第三天比第二天多修 $\frac{1}{8}$，第三天修了多少米？

拓展练

5. 一本故事书 160 页，黄霏霏第一天读全书的 $\frac{3}{10}$，第二天读余下的 $\frac{1}{2}$。

（1）第一天读了多少页？　　（2）第三天应从第几页读起？

6. 甲、乙两城相距 480 千米。一辆汽车从甲城开往乙城，已经行驶了全程的 $\frac{1}{3}$，再行多少千米就可以到达中点？

第一单元巧巩固

复习课堂①

单元知识整理

知识模块	具体内容	考点提示
分数乘整数	1. 分数乘整数的意义：求几个相同分数的和，用乘法比较简便。 2. 分数乘整数的计算方法：用分子乘整数的积作分子，分母不变。能约分的先约分再计算。	分数乘法的意义与整数乘法的意义相同。
分数乘分数	1. 一个数乘分数的意义：表示求这个数的几分之几是多少。 2. 分数乘分数的计算方法：用分子相乘的积作分子，用分母相乘的积作分母。	计算分数乘法时，先约分再计算，结果应是最简分数。
小数乘分数	小数乘分数的计算方法： （1）小数和分母能约分的要先约分再计算。 （2）把小数化成分数再计算。 （3）如果分数能化成有限小数的，可以把分数化成有限小数再计算。	如果分数不能化成有限小数的，不要把分数化成小数，而应把小数化成分数再计算。
分数混合运算和简便计算	1. 分数混合运算的顺序和整数混合运算的顺序相同。算式里有括号的先算括号里面的；没有括号的，先算乘法，后算加减法。 2. 整数乘法的运算定律对于分数乘法也适用。	没有括号的分数连乘算式，可以按照从左到右的顺序计算，也可以进行一次性约分，直接算出最后的结果。
解决问题	1. 分数连乘应用题（求一个数的几分之几是多少的连乘应用题）：用这个数（单位“1”的量）连续乘对应的分率。 2. 求比一个数多（或少）几分之几的数是多少的解题方法： （1）单位“1”的量 ×［1 ± 这个数量比单位“1”的量多（或少）几分之几］＝这个数量 （2）单位“1”的量 ± 单位“1”的量 × 多（或少）几分之几＝这个数量	1. 找准单位“1”。 2. 借助线段图，找准数量关系，准确列式计算。

单元复习方法

单元易错易混题选讲

考点 分数混合运算

例题 $\frac{4}{13}+\frac{9}{13}\times\frac{26}{27}$

易错课堂⑨

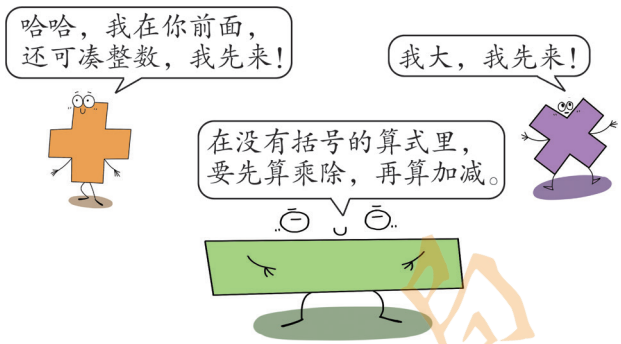
思路导引　乘加式题，即使加法能凑成整数，也不能先算，必须先算乘法。

规范解答　$\frac{4}{13}+\frac{9}{13}\times\frac{26}{27}$

$=\frac{4}{13}+\frac{2}{3}$

$=\frac{12}{39}+\frac{26}{39}$

$=\frac{38}{39}$



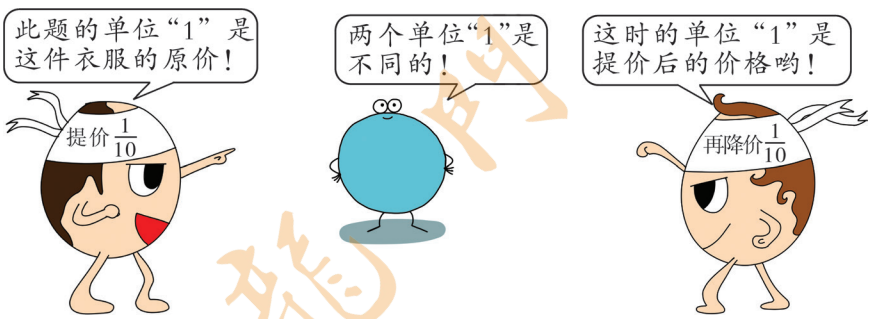
单元热点题选讲

考点　求一个数的几分之几是多少

例题　判断。（对的画“√”，错的画“×”）

一件衣服先提价$\frac{1}{10}$后，再降价$\frac{1}{10}$，现价和原价相同。（　）

思路导引



规范解答　×

方法总结

求n个量的几分之几是多少，用乘法计算。当“几分之几”相同时，只有单位“1”相同，得到的对应的数量才相同！

单元方法题选讲

考点1　用拆数法巧算

例1　$25\times\frac{5}{24}$

思路导引　“25”和分母“24”很接近，可以先将“25”拆分为“24＋1”，再运用乘法分配律，会使计算更简便。

规范解答　$25\times\frac{5}{24}$

$=(24+1)\times\frac{5}{24}$

温馨提示

计算时认真观察数据特点，巧妙“拆分”，灵活运用运算定律，算起来超简单！

$$= 24\times\frac{5}{24}+1\times\frac{5}{24}$$

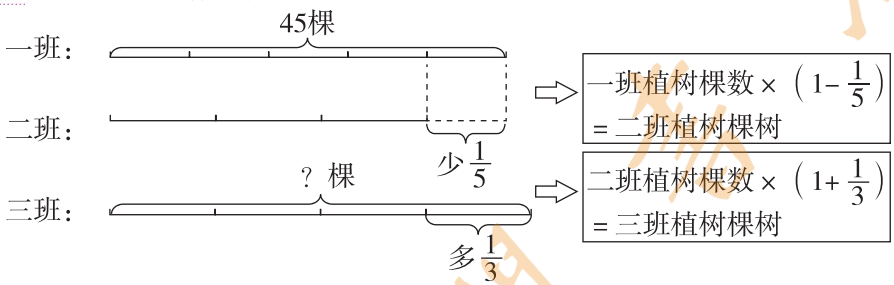
$$= 5+\frac{5}{24}$$

$$= 5\ \frac{5}{24}$$

考点 2 利用线段图解决问题

例 2 六年级三个班去植树，一班植树 45 棵，二班比一班少植树 $\frac{1}{5}$，三班比二班多植树 $\frac{1}{3}$。三班植树多少棵？

思路导引 用线段图表示数量关系：



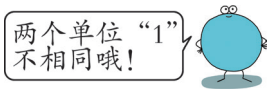
规范解答

$$45\times\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\left(1+\frac{1}{3}\right)$$

$$= \overset{3}{\cancel{45}}\times\frac{4}{\cancel{5}}\times\frac{4}{\cancel{3}}$$

$$= 48\text{（棵）}$$

答：三班植树 48 棵。



第一单元重点考题

1. 计算下面各题，能简算的要简算。

$\frac{5}{3}-\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}$　　$\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{7}\right)\times 2.1$　　$0.6\times\frac{2}{3}+\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}$

$\frac{7}{8}\times 1001$　　$\frac{1}{3}\times 4+\frac{1}{3}\times 7+\frac{1}{3}$　　$37\times\frac{5}{12}$

2. 不用算，用“>”“<”或“=”填一填。

$\frac{15}{16}\times\frac{4}{3}\bigcirc\frac{4}{3}$　　$\frac{25}{16}\times\frac{3}{4}\bigcirc\frac{3}{4}$　　$\frac{18}{19}\times 1\bigcirc\frac{18}{19}$

$\frac{12}{17} \times \frac{2}{3} \bigcirc \frac{12}{17}$　　$\frac{12}{17} \times \frac{3}{2} \bigcirc \frac{12}{17}$　　$\frac{12}{17} \times 1 \bigcirc \frac{12}{17}$

3. 校园里有桂花树 30 棵，广玉兰树的棵数是桂花树的 $\frac{5}{6}$，雪松树的棵数是广玉兰树的 $\frac{3}{5}$。雪松树有多少棵？

4.（真题）六（1）班举办义卖活动，他们筹集了自己的零花钱共计 860 元作为本金，批发了各种书籍在学校义卖场设摊经营，全部卖出后结算，义卖盈利了 $\frac{1}{4}$，而在活动过程中又花费了 29.2 元。最后他们决定将义卖所得连本带利捐给希望工程，六（1）班捐款多少元？

5. 一桶油净重 16 kg，用去这桶油的 $\frac{3}{4}$ 后，又倒入这时桶里油的 $\frac{3}{4}$。现在桶里有多少千克油？

6. 星光村要铺一条长 480m 的石子路。第一天铺了全长的 $\frac{1}{3}$，第二天铺了余下的 $\frac{1}{3}$。第一天和第二天铺得一样长吗？

7. 乒乓球从 2.5 米的高处自由落下又弹起，再落下再弹起……每次能弹起的高度约是前一次落下高度的 $\frac{2}{5}$，这个乒乓球第三次弹起的高度约是多少厘米？

链阅读

二、位置与方向（二）

第 1 课时　根据方向和距离描述和确定位置

学习目标

知识要点：

1. 会根据方向和距离描述一个点的位置。
2. 能根据描述的方向和距离，在图上确定一个点的位置。

重点　掌握根据方向和距离确定物体位置的方法。

难点　能根据描述在平面图上标出物体的位置。

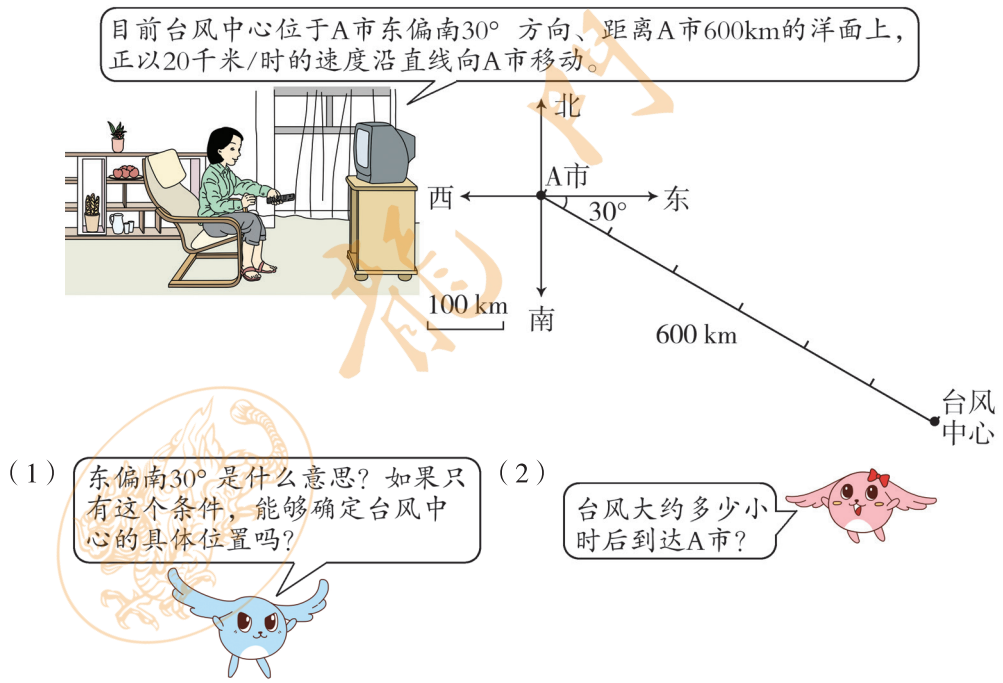
忆旧记新知

课堂点拨

教材例题解析

知识点 1　根据平面示意图，用方向和距离描述某个点的位置

问题呈现　（教材 19 页例 1）



解决问题

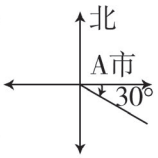
理解题意　从题意和图可知：

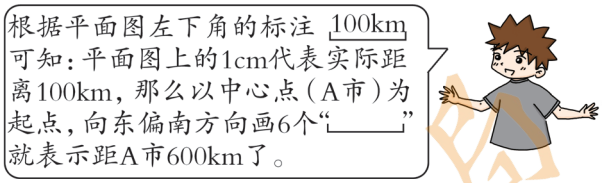
（1）A 市是观测点。

（2）方向是“东偏南 30° ”。

（3）求的是台风中心到达 A 市大约需要的时间。

方法探究 （1）





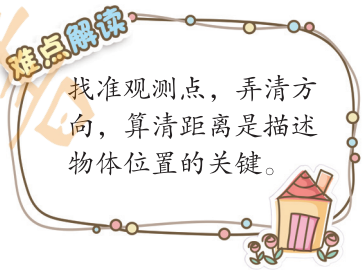
（2）求台风大约多少小时后到达 A 市，根据 “路程 ÷ 速度＝时间” 来计算即可。

规范解答 （1）东偏南 30° 是以 A 市为中心，从正东方向南偏转 30° 的方向，如果只有这个条件，也就是只有方向，没有距离，不能确定台风中心的具体位置。

（2）图中每个单位长度为 100km，6 个单位长度就是 600km。

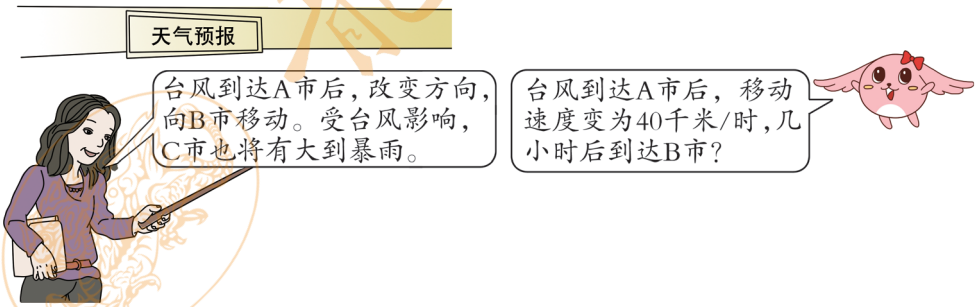
600 ÷ 20 ＝ 30（小时）

答：台风大约 30 小时后到达 A 市。



知识点 2 根据方向和距离的描述，在图上确定某个点的位置

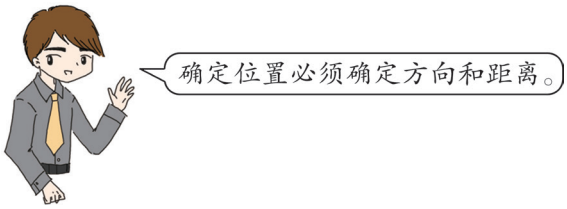
问题呈现 B 市位于 A 市北偏西 30° 方向、距离 A 市 200km。C 市在 A 市正北方，距离 A 市 300km。请你在例 1 的图中标出 B 市、C 市的位置。（教材 20 页例 2）



解决问题

理解题意 题中告诉了 B 市、C 市位于 A 市的具体位置，以及台风到达 A 市后的移动速度为 40 千米 / 时。要求结合描述在平面图上画出它们的具体位置；并求出台风到达 A 市后，几小时到达 B 市。

方法探究



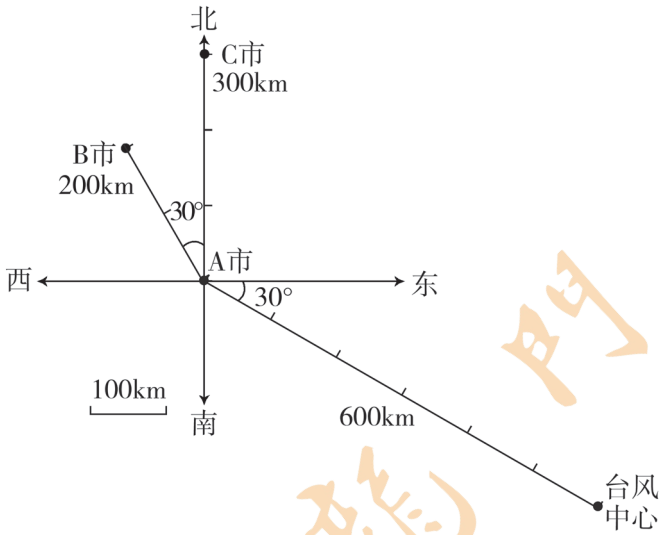
先定方向。
“北偏西30° 方向”即以A市为顶点，以正北方为一条边，向西作一个30°的角；“正北方”即C市在A市正北方的那条射线上。

再确定距离。
确定距离先确定单位长度，1cm表示100km。

确定 B 市和 C 市的具体位置：B 市位于 A 市北偏西 30° 方向，距离 A 市 200km。200km 中有 2 个 100km，因此用直尺从 A 市向北偏西 30° 方向画 2 个_____，找到 B 市所在的位置。C 市在 A 市正北方，距离 A 市 300km。300km 中有 3 个 100km，因此，用直尺从 A 市向正北方画 3 个_____，找到 C 市所在的位置。

求台风从 A 市出发，几小时后到达 B 市。根据“时间＝路程 ÷ 速度”来计算即可。

规范解答



路程÷速度＝时间
200 ÷ 40 ＝ 5

200÷40＝5(小时)
答：5 小时后到达 B 市。

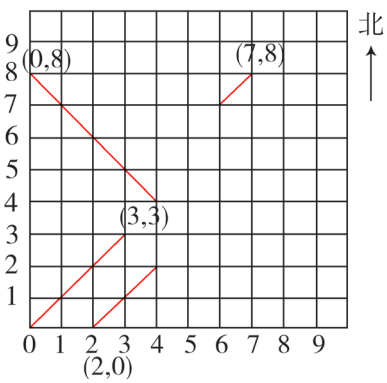
方法总结

找准观测点，根据方向和距离可以确定物体的位置。

教材习题选讲

教材 25 页第 6 题

如果一个小正方形的对角线长 10m，则点（0,0）东偏北 45° 方向 30m 处是点（　，　）；点（4，2）南偏西 45° 方向 20m 处是点（　，　）；点（6，7）北偏东 45° 方向 10m 处是点（　，　）；点（4，4）西偏北 45° 方向 40m 处是点（　，　）。



思路导引　根据题意和图可知：点（0，0）东偏北 45° 方向 30 m 处，是以点（0，0）为观测点，向东偏北 45° 方向画出 3 个小正方形的对角线长度，在最末处标上点，再根据此点的列数和行数写出此点的数对，即（3，3）。其他各点的数对依此类推（如图）。

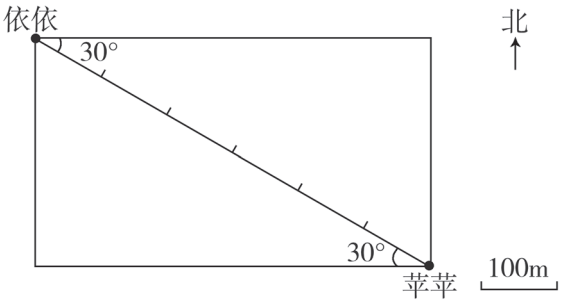
规范解答　（3，3）　（2，0）　（7，8）　（0，8）

方法总结

找准“方向”，算清“距离”便可确定点的具体位置。

小考真题精讲

例题



依依看苹苹，苹苹在____偏____的方向上，距离是____m；
苹苹看依依，依依在____偏____的方向上，距离是____m。

思路导引 “依依看苹苹”是以“依依”为观测点；“苹苹看依依”却是以“苹苹”为观测点。每一个单位长度为100m，6个单位长度则是600m。

规范解答 依依看苹苹，苹苹在东偏南 30°的方向上，距离是600 m；
苹苹看依依，依依在 西偏北 30°的方向上，距离是600 m。

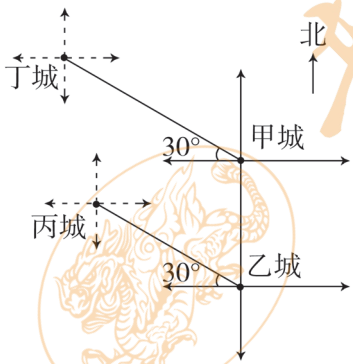
难点解读

谁在看，谁就是观测点！

课后拓展

能力点 找准观测点，运用观察法确定物体的位置

例题 看图填空。



（1）丁城在甲城____方向上；
（2）甲城在乙城____方向上；
（3）乙城在丙城____方向上。

思路导引 确定“观测点”是解决问题的关键。找准了观测点，再“观察”，便可确定物体的方向。

规范解答 （1）丁城在甲城 西偏北 30° 方向上；
（2）甲城在乙城 正北 方向上；
（3）乙城在丙城 东偏南 30° 方向上。

方法总结

找准观测点，仔细观察是确定物体方向的关键。

秘招小练

能力练

1. 辨一辨。（对的画“√”，错的画“×”）

（1）黄霏霏家在南偏西 30° 方向上，距离是 300 米。（　　）

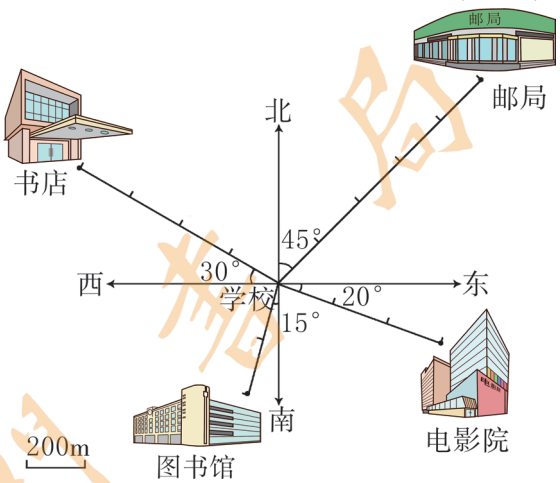
（2）龙一鸣家在苹苹家东偏北 30° 方向上，距离是 200 米；苹苹家就在龙一鸣家北偏东 30° 方向上，距离是 200 米。（　　）

2.（1）邮局在学校北偏 ____ ____ 的方向上，距离是 _____ m。

（2）书店在学校 ____ 偏 ____ ____ 的方向上，距离是 _____ m。

（3）图书馆在学校 ____ 偏 ____ ____ 的方向上，距离是 _____ m。

（4）电影院在学校 ____ 偏 ____ ____ 的方向上，距离是 _____ m。

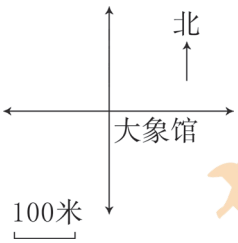


3. 按要求在下图中画出各景点位置。

（1）鳄鱼潭在大象馆西偏南 30° 方向 300 米处。

（2）熊猫馆在大象馆北偏西 45° 方向 200 米处。

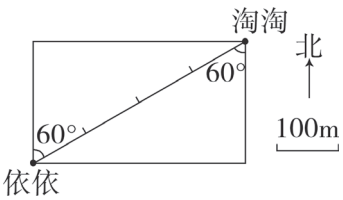
（3）猴山在大象馆东偏北 40° 方向 200 米处。



4.（真题）看图填空。

（1）淘淘看依依，依依在 _____ 偏 ____ ____ 方向上，距离是 ____ m。

（2）依依看淘淘，淘淘在 _____ 偏 ____ ____ 方向上，距离是 ____ m。



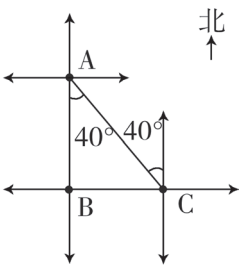
拓展练

5. 看图填空。

（1）A 在 C ____ 偏 ____ ____ 方向上。

（2）B 在 C _____ 方向上。

（3）A 在 B _____ 方向上。



第 2 课时　描述简单的路线图

学习目标

知识要点：

1. 会描述和绘制简单的路线图。

2. 能根据观测点的变化重新确定物体的位置。

重点　描述并绘制简单的路线图。

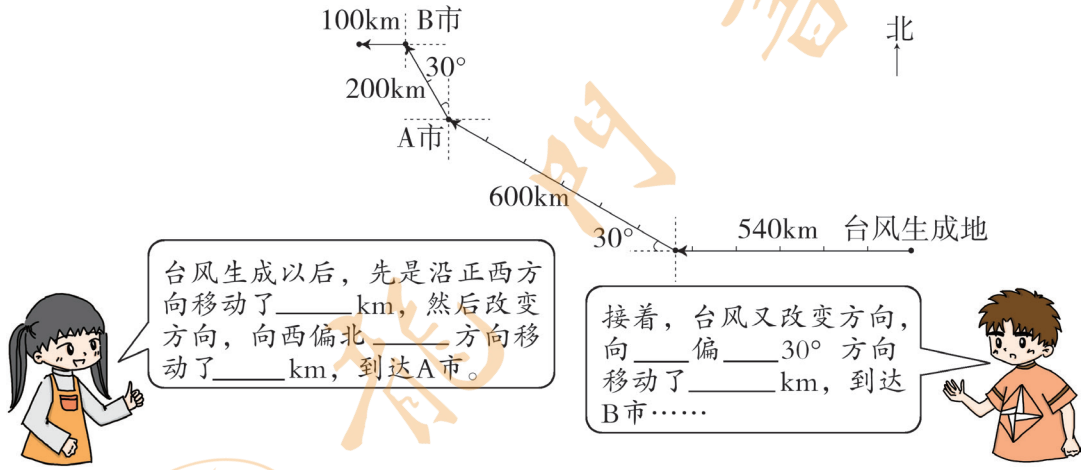
难点　根据观测点的变化重新确定观测点来描述位置。

课堂点拨

教材例题解析

知识点　描述简单的路线图的方法

问题呈现　此次台风的大致路径如下图。你能用自己的语言说说台风的移动路线吗？（教材 22 页例 3）

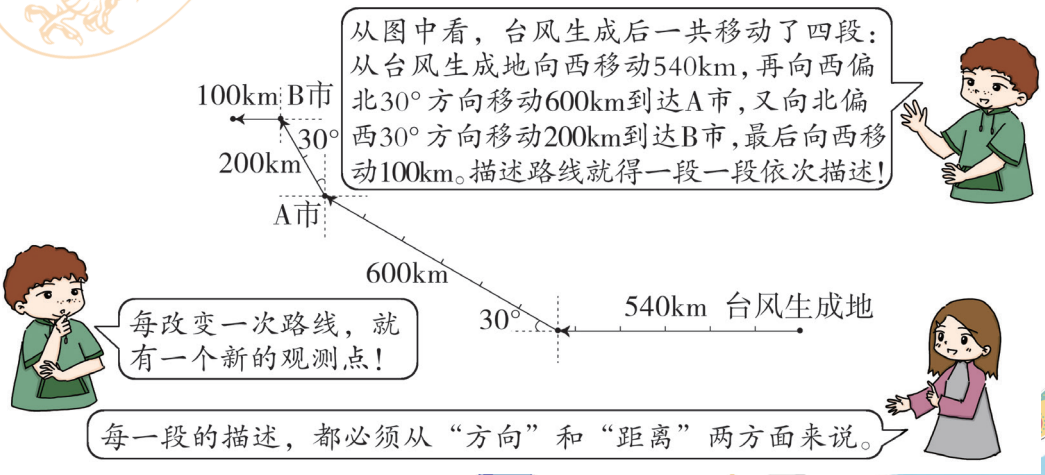


解决问题

理解题意　从路线图可以看出，台风移动的路线是：

台风生成地 —向西→ 改变方向 ⟶ A 市 ⟶ 改变方向 ⟶ B 市 ⟶ 改变方向。

方法探究



规范解答

台风生成以后，先是沿正西方向移动了 540 km，然后改变方向，向西偏北 30° 方向移动了 600 km，到达A市。

接着，台风又改变方向，向 北 偏 西 30° 方向移动了 200 km，到达B市，最后向正西方向移动 100 km。

方法总结

描述路线图时，要按行走路线逐段描述。每改变一次方向就确定一个新的观测点，再以新的观测点描述下一个目标所走的方向和路程。如：从哪儿走，向什么方向，走了多远到达哪儿。

巧学妙记

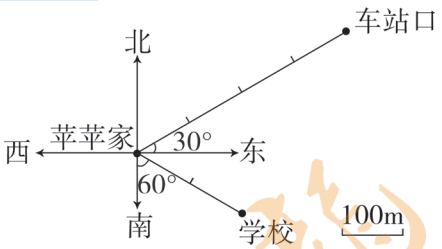
物体位置要找准，方向距离少不了；方向确定再找角，
一般小角优先找；距离大小计算得，下方标注来参照。

易错易混剖析

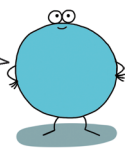
例题 根据描述画出简单的路线图。

周末，苹苹从家出发，先向东偏北 30° 方向走 400 米到达车站口，再向南偏东 60° 方向走 200 米到达学校。

错误解答

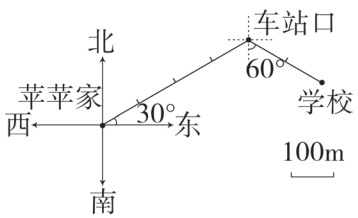


苹苹从家经过车站口到达学校，在运动中要观察点的移动，注意移步换点哦！



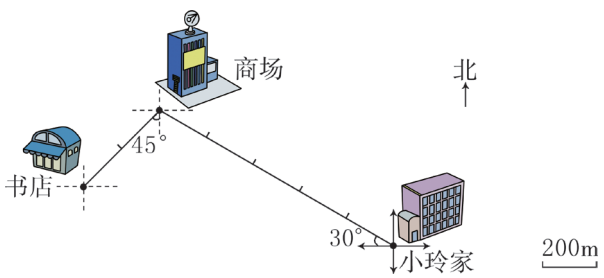
错误分析 弄错了第二段路线的“观测点”。

正确解答



教材习题选讲

教材 26 页第 8 题



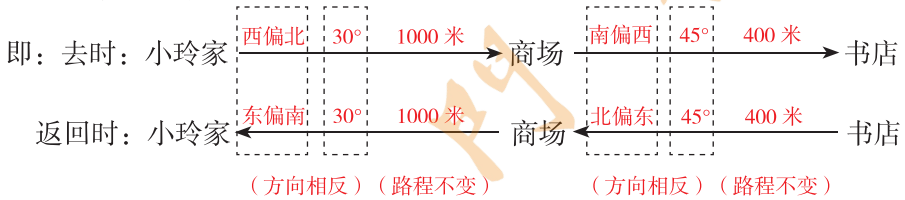
（1）根据上面的路线图，说一说小玲从家去书店和回来时所走的方向和路程，并完成下表。

	方向	距离	时间
家→商场	西偏北 30°	1000m	15 分
商场→书店	南偏西 45°	400m	7 分
书店→商场	北偏东 45°	400m	8 分
商场→家	东偏南 30°	1000m	18 分
全程		2800m	48 分

（2）小玲走完全程的平均速度是多少？

思路导引 （1）去时：以小玲家为观测点，从小玲家出发向西偏北 30° 方向行走 5 格路程，即 5 个 200 米到达商场。再以商场为观测点，向商场南偏西 45° 方向行走 2 格，即 2 个 200 米到达书店。

返回时：所走的方向与去时的方向正好相反，而路程不变。如从商场向南偏西 45° 方向行走 400 米到书店，则从书店向北偏东 45° 方向行走 400 米到商场。同样，从小玲家出发向西偏北 30° 方向行走 1000 米到商场，则从商场向东偏南 30° 方向行走 1000 米到小玲家。最后将路程和时间分别相加求出总路程和总时间。



（2）根据（1）题中算出的总路程和总时间，利用“速度 = 路程 ÷ 时间”解答。

规范解答 （1）见表格。

（2）$2800 \div 48 = 58\frac{1}{3}$（米 / 分）

答：小玲走完全程的平均速度是 $58\frac{1}{3}$ 米 / 分。

方法总结

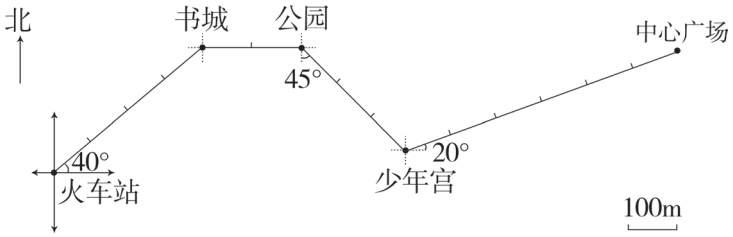
两地的位置具有相对性，方向相反（东→西，南→北，东南→西北，东北→西南）。描述回来的路线图时，应按相反的方向来确定返回的方向，而路程不变。

小考真题精讲

例题 1 路公交车从火车站出发，向东偏北 40° 方向行 400m 到达书城，再向正东方向行驶 200m 到达公园，然后向南偏东 45° 方向行驶 300m 到达少年宫，接着又向东偏北 20° 方向行走 600m 到达中心广场。请你绘制出 1 路公交车从火车站去中心广场的行驶路线图。

思路导引 先以火车站为起点位置建立方向标；已知题中的数据都是 100m 的整倍数，可以用图上一个单位长度代表 100m；分别以火车站、书城、公园、少年宫为观测点，依次画出到达下一站的方向和距离，并标上站名。

规范解答



方法总结

绘制路线图，先确定好起点位置和单位长度，再根据路线依次画出每一段的方向和距离，最后标上地点名称。

课后拓展

能力点 运用分析法和图示法解决位置和方向问题

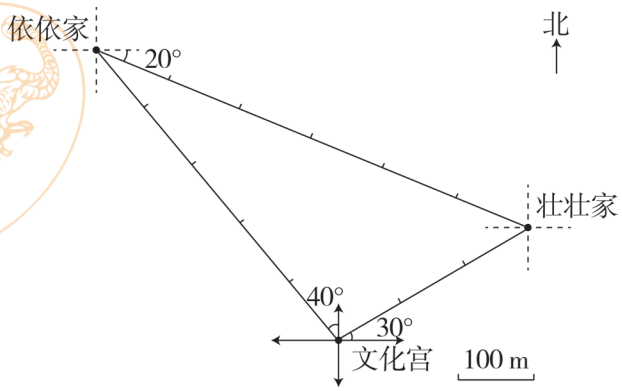
例题 依依家在文化宫北偏西 40° 方向 500m 处，壮壮家在文化宫东偏北 30° 方向 300m 处，如果依依从家去壮壮家，应向哪个方向走？大约走多少米？

思路导引 要求的问题是依依从家去壮壮家应向哪个方向走？大约走多少米？实际上是求：壮壮家在依依家的哪个方向，距离依依家多少米。要解决这个问题，必须先确定壮壮家和依依家的具体位置。位置确定了，就可以以依依家为观测点，量出壮壮家所在的方向和距离。

具体做法是：

（1）先以文化宫为观测点，建立方向标，在右下角标注单位长度，图上 1cm 表示实际距离 100m。根据依依家在文化宫北偏西 40° 方向 500m 处这句话，以文化宫为起点向北偏西 40° 方向画一条长 5 厘米的线段，代表 500m。用同样的方法确定壮壮家的位置。

（2）连接依依家和壮壮家两个点，以依依家为观测点，建立方向标，用量角器的中心对准代表依依家的点，“0”刻度线对准正东方向，依依家和壮壮家的连线向南偏约 20°，说明壮壮家在依依家东偏南 20° 方向上，用直尺量这条线段，接近 6cm，因为 1cm 代表 100m，故从依依家去壮壮家大约走 600m。



规范解答 依依从家去壮壮家应向东偏南约 20° 方向走，大约走 600m。

方法总结

在平面图上确定物体的位置关键做好三点：（1）确定观测点和单位长度；（2）找准方向；（3）线段上每一段的长度要与单位长度相统一。

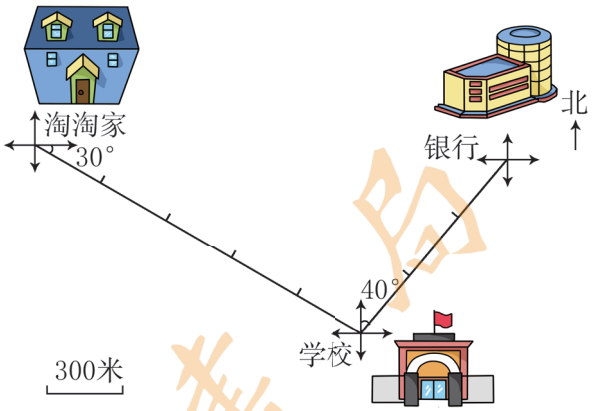
秘招小练

能力练

1. 根据右面的路线图解决问题。

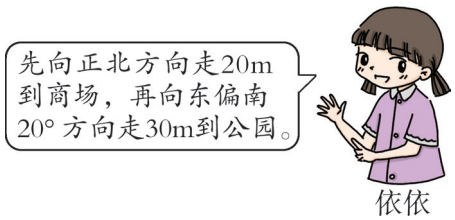
（1）完成下表。

	方向	距离 / 米	时间 / 分
淘淘家→学校			27
学校→银行			13
银行→学校			14
学校→淘淘家			26
全程	——		

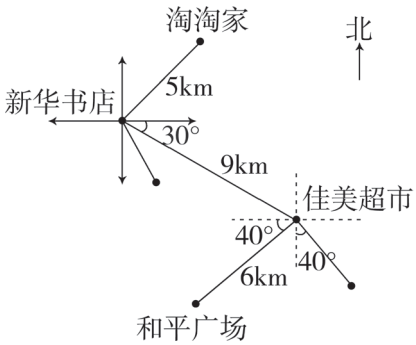


（2）淘淘走完全程的平均速度是多少？

2. 根据依依的描述，画出她的行走路线示意图。



3. 淘淘骑车从家出发去和平广场，到新华书店时迷路了，于是他打电话向朋友壮壮请求帮助。如果你是壮壮，请你根据下图帮助淘淘。



拓展练

4. 淘淘和龙一鸣在同一个学校上学。淘淘家在学校的南偏东 30° 方向上，距离是 300 米，龙一鸣家在学校的西偏南 30° 方向上，距离是 400m。从龙一鸣家到淘淘家应向哪个方向走？大约要走多远？

第二单元巩固

复习课堂②

单元知识整理

知识模块	具体内容	考点提示
根据平面示意图描述物体的位置的方法	根据示意图描述位置，先要确定观测点，然后从方向与距离两个方面来描述。	1. 确定观测点。 2. 找准方向和距离。
根据描述在平面示意图上标出物体的位置的方法	先找准大致的方向并用量角器确定角度，再以选定的单位长度为标准用直尺来确定图上距离，最后找准物体的具体位置，标上名称。	确定位置时，方向和距离两个条件缺一不可。
描述路线图的方法	按行走路线，逐段确定观测点，从方向和距离两方面来描述，每段说清从哪里出发，向什么方向走多远，到达哪里。	每走一处，重新确定新的观测点。
根据描述绘制路线图的方法	1. 建立方向标、确定单位长度； 2. 确定起点位置； 3. 一段一段按行走路线画，每一段都有新的观测点。	每画一段要重新画观测点，重新定方向和距离。

单元复习方法

单元易错易混题选讲

考点 用方向和距离描述物体的位置

例题 龙一鸣家在苹苹家东偏北 30° 方向上，距离是 300 米；
苹苹家在龙一鸣家 _____ 偏 _____ _____ 方向上，距离是 _____ 米。

思路导引

规范解答 龙一鸣家在苹苹家东偏北 30° 方向上，距离是 300 米；
苹苹家在龙一鸣家西偏南 30° 方向上，距离是 300 米。

方法总结

位置具有相对性，观测点不同，描述位置与方向的结论也不相同。

单元热点题选讲

考点 根据方向和距离确定物体的位置

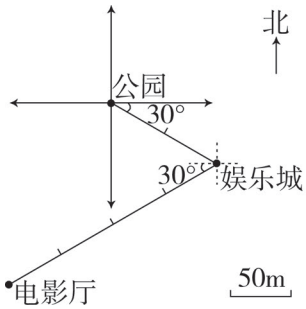
例题 根据描述标出位置。

（1）娱乐城在公园东偏南 30° 方向 100m 处。

（2）电影厅在娱乐城西偏南 30° 方向 200 米处。

思路导引 两个位置的观测点不相同。作图时先以公园为观测点，画出娱乐城，再以娱乐城为观测点画出电影厅。

规范解答

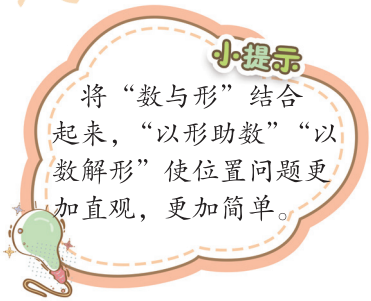


单元方法题选讲

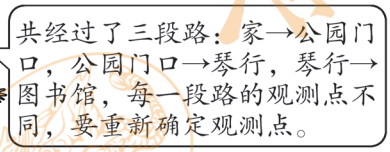
考点 用数形结合法解决位置与方向问题

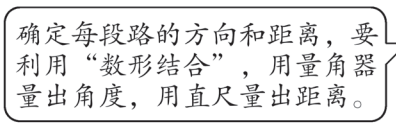
例题 根据描述画出苹苹周末的活动路线图。

周六早晨，苹苹同妈妈一道从家出发向东偏北 30° 方向晨跑 500 米到达公园门口，在公园门口吃完早餐后向正南方向走 200 米到达琴行练小提琴，练完琴后向南偏东 45° 方向走 300 米到达图书馆看书。

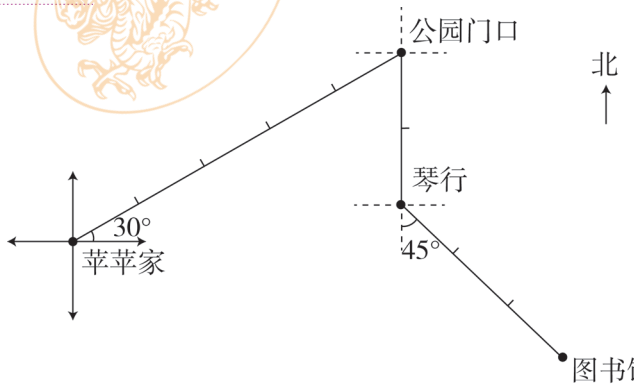


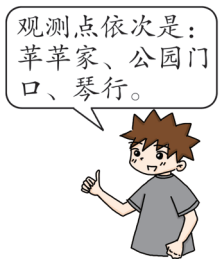
思路导引





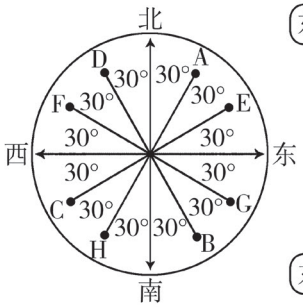
规范解答





第二单元重点考题

1. 下面是飞机场的雷达屏幕，以飞机场为观测点，连一连飞机的飞行方向。

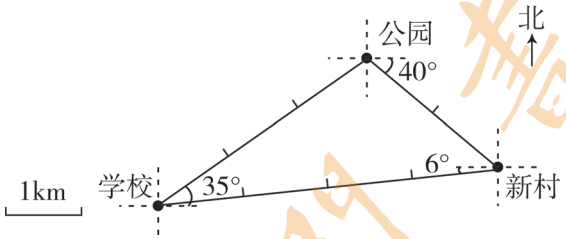


东偏北30°　南偏东30°　南偏西30°　北偏东30°

A　B　C　D　E　F　G　H

东偏南30°　西偏北30°　西偏南30°　北偏西30°

2. 学校举行冬季越野赛，比赛路线如下图。



（1）根据上面的路线图，说一说龙一鸣参加比赛所走的方向和路程，并完成下表。

路线	方向	距离	时间
学校→公园			5 分钟
公园→新村			3 分钟
新村→学校			10 分钟

（2）龙一鸣的平均速度是多少？

3. 星期天，淘淘从家出发，先向东偏北 30° 方向行走 400 米到邮局寄了一份邮件，接着向北偏西 30° 方向行走 200 米到书店买了一本《小状元数学详解》，然后又向西偏南 30° 方向行走 400 米到超市买了一双旅游鞋。超市在淘淘家的什么方向？距离是多少？

三、分数除法

1. 倒数的认识

学习目标

知识要点：

1. 会找一个数的倒数。

2. 能根据倒数的意义和互为倒数的两个数的特征找倒数。

重点 掌握找一个数的倒数的方法。

难点 找整数、带分数、小数的倒数的方法。

记新知

课堂点拨

教材例题解析

知识点 1 倒数的意义

问题呈现 先计算，再观察，看看有什么规律。（教材 28 页）

$\frac{3}{8} \times \frac{8}{3}$　　$\frac{7}{15} \times \frac{15}{7}$　　$5 \times \frac{1}{5}$　　$\frac{1}{12} \times 12$

解决问题

理解题意　题目要求先运用分数乘法的法则算出得数，再仔细观察，最后发现规律。

方法探究　计算后仔细观察，可以发现：

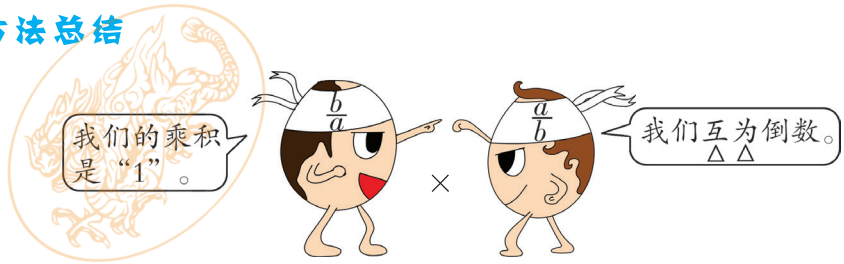
（1）两个因数的乘积都是 1。

（2）相乘的两个数的分子、分母正好颠倒了位置。

规范解答　$\frac{3}{8} \times \frac{8}{3} = 1$　　$\frac{7}{15} \times \frac{15}{7} = 1$　　$5 \times \frac{1}{5} = 1$　　$\frac{1}{12} \times 12 = 1$

规律：两个数的分子、分母正好颠倒了位置，它们相乘的积都是 1。

方法总结



知识点 2 求倒数的方法

问题呈现 下面哪两个数互为倒数？（教材 28 页例 1）

$\frac{3}{5}$　　6　　$\frac{7}{2}$　　$\frac{5}{3}$　　$\frac{1}{6}$　　1　　$\frac{2}{7}$　　0

解决问题

理解题意　题目要求根据倒数的意义，找出互为倒数的两个数。

方法探究　倒数的意义告诉我们：乘积为 1 的两个数互为倒数。

倒数的特征显示：互为倒数的两个数分子、分母颠倒了位置。我们便可根据这两点来寻找互为倒数的两个数。

方法一：看哪两个数的乘积为1。

$\frac{3}{5} \times \frac{5}{3} = 1 \Rightarrow \frac{3}{5}$ 和 $\frac{5}{3}$ 互为倒数

$6 \times \frac{1}{6} = 1 \Rightarrow 6$ 和 $\frac{1}{6}$ 互为倒数

$\frac{7}{2} \times \frac{2}{7} = 1 \Rightarrow \frac{7}{2}$ 和 $\frac{2}{7}$ 互为倒数

方法二：看哪两个数的分子、分母颠倒了位置。

$\frac{3}{5}$ ⤫ $\frac{5}{3}$

$6 = \frac{6}{1}$ ⤫ $\frac{1}{6}$ ⇒ 分子、分母都颠倒了位置 ⇒

$\frac{7}{2}$ ⤫ $\frac{2}{7}$

$\frac{3}{5}$ 和 $\frac{5}{3}$ 互为倒数

6 和 $\frac{1}{6}$ 互为倒数

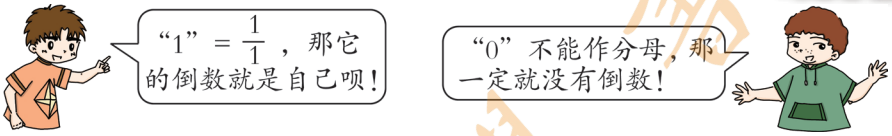
$\frac{7}{2}$ 和 $\frac{2}{7}$ 互为倒数

温馨提示

求一个数的倒数时要用文字描述，不能用等号连接！

根据倒数的意义找倒数；根据互为倒数的两个数的特征也能找倒数。

巧思妙解

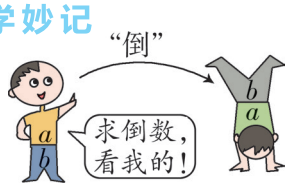


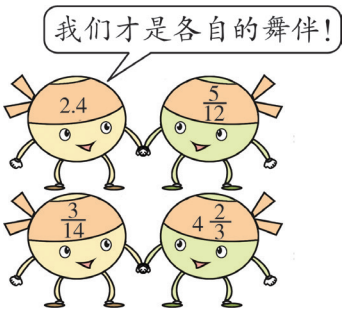
规范解答 $\frac{3}{5}$ 和 $\frac{5}{3}$ 互为倒数，6和 $\frac{1}{6}$ 互为倒数，$\frac{7}{2}$ 和 $\frac{2}{7}$ 互为倒数，1的倒数是本身，0没有倒数。

方法总结

找倒数的方法：（1）找分数的倒数：交换分子、分母的位置；（2）找整数的倒数：先把整数看作分母是1的假分数，再交换分子、分母的位置。

巧学妙记





易错易混剖析

例1 2.4的倒数是（　　），$4\frac{2}{3}$ 的倒数是（　　）。

错误解答 2.4的倒数是（4.2），$4\frac{2}{3}$ 的倒数是 $\left(4\frac{3}{2}\right)$。

错误分析 既没有真正理解倒数的意义（乘积为1的两个数互为倒数），又受求分数的倒数的方法影响，直接把小数和带分数交换了一下数字的位置。

正确解答 2.4的倒数是 $\left(\frac{5}{12}\right)$，$4\frac{2}{3}$ 的倒数是 $\left(\frac{3}{14}\right)$。

找小数的倒数：先把小数化成分数，再交换分子、分母的位置；找带分数的倒数：先把带分数化成假分数，再交换分子、分母的位置。

规避策略

找一个数的倒数先把它化成真分数或假分数，再交换分子、分母的位置。

例 2　$\frac{2}{5}\times\frac{5}{2}=1$，下面说法正确的是（A）。

A. $\frac{2}{5}$ 是倒数，$\frac{5}{2}$ 也是倒数　　B. $\frac{2}{5}$ 和 $\frac{5}{2}$ 互为倒数

错误分析　倒数是相互依存的，$\frac{2}{5}$、$\frac{5}{2}$ 都是一个独立的数，不能说谁是倒数，而应说“谁是谁的倒数”或“谁和谁互为倒数”。

正确解答　B

规避策略

倒数是相互依存的一对数。

小考真题精讲

例题　分数单位是 $\frac{1}{10}$ 的所有最简真分数的和的倒数是（　　）。

思路导引　分数单位是 $\frac{1}{10}$ 的最简真分数是：$\frac{1}{10}$、$\frac{3}{10}$、$\frac{7}{10}$、$\frac{9}{10}$，它们的和是 $\frac{1}{10}+\frac{3}{10}+\frac{7}{10}+\frac{9}{10}=2$，故它们的和的倒数是 $\frac{1}{2}$。

规范解答　$\frac{1}{2}$

方法总结

按题目要求列举出所有符合要求的数，再求和并找出倒数。

课后拓展

能力点 1　运用转化法解决倒数问题

例 1　一个自然数与它的倒数的和是 8.125，这个自然数是多少？

思路导引　把 8.125 转化为 $8\frac{1}{8}$ 这样的分数形式，而带分数 $8\frac{1}{8}$ 可以看成是由整数 8 和真分数 $\frac{1}{8}$ 组成的；8 与 $\frac{1}{8}$ 互为倒数，因此，这个自然数是 8。

规范解答　$8.125=8\frac{1}{8}$　　答：这个自然数是 8。

方法总结

已知一个自然数与它的倒数的和，可以将这个和分成整数与真分数两部分；整数部分就是这个自然数，真分数部分就是这个自然数的倒数。

能力点 2　运用假设法解决倒数问题

例 2　已知甲 $\times\frac{3}{2}=$乙 $\times\frac{4}{5}$（甲、乙均不为 0），那么甲 ◯ 乙。（填“>”或“<”）

思路导引　假设甲 $\times\frac{3}{2}=1$，乙 $\times\frac{4}{5}=1$，根据倒数的意义，推出甲 $=\frac{2}{3}$，乙 $=\frac{5}{4}$，$\frac{2}{3}<\frac{5}{4}$，故甲 < 乙。

规范解答　甲 < 乙

方法总结

当两个数分别与不同的数相乘，积相等却不知各数是多少，又要比较大小时，可以利用倒数的意义，先用假设法假设积为“1”，算出两数分别为多少，再比较。

秘招小练

能力练

1. 填一填。

（1）$\frac{2}{9}\times$（　　）$=0.3\times$（　　）$=1\times$（　　）$=1$

（2）5 的倒数是（　　），0.45 的倒数是（　　），（　　）和 $2\frac{1}{5}$ 互为倒数。

（3）最小的质数的倒数是（　　），最小的合数与（　　）互为倒数。

（4）在 $\frac{x}{5}$ 中 x 是一个不为 0 的自然数。

①当 x 为（　　）时，$\frac{x}{5}$ 的倒数大于它本身；

②当 x 为（　　）时，$\frac{x}{5}$ 的倒数小于它本身；

③当 x 为（　　）时，$\frac{x}{5}$ 的倒数等于它本身。

2. 辨一辨。（对的画“√”，错的画“×”）

（1）因为 $\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}=1$，所以 $\frac{4}{3}$ 是倒数。（　　）

（2）甲数的倒数大于乙数的倒数，那么甲数一定大于乙数。（　　）

（3）因为 $\frac{2}{9}\times\frac{1}{2}\times9=1$，所以 $\frac{2}{9}$、$\frac{1}{2}$ 和 9 互为倒数。（　　）

（4）“0”和“1”都没有倒数。（　　）

3. 下面几组数中，互为倒数的在括号里画“√”。

（1）$\frac{2}{5}$ 和 2.5（　　）　（2）$\frac{2}{7}$ 和 $\frac{9}{2}$（　　）　（3）$\frac{2}{3}$ 和 $\frac{3}{2}$（　　）

（4）9 和 $\frac{1}{9}$（　　）　（5）$\frac{4}{5}$ 和 1.5（　　）　（6）$\frac{2}{9}$ 和 4.5（　　）

4. 一个数的倒数是 $\frac{12}{13}$，它的 $\frac{3}{4}$ 是多少？

5.（真题）分数单位是 $\frac{1}{9}$ 的最简真分数的和的倒数是多少？

拓展练

6. 一个自然数和它的倒数的和是 4.25，这个自然数是多少？

7. $a\times\frac{8}{5}=b\times\frac{2}{3}=c\times\frac{5}{6}=1$（$a$、$b$、$c$ 均不为 0），请把 a、b、c 按从小到大的顺序排列。

2. 分数除法

第 1 课时　分数除以整数

学习目标

知识要点：

1. 会用面积图理解分数除以整数的算理，理解分数除以整数的计算方法。
2. 能正确用分数除以整数的计算方法解决实际问题。

重点　理解分数除法的意义，掌握分数除以整数的计算方法。

难点　理解分数除以整数的算理。

忆旧记新知

课堂点拨

教材例题解析

知识点　分数除以整数的计算方法

问题呈现　把一张纸的 $\frac{4}{5}$ 平均分成2份，每份是这张纸的几分之几？自己试着折一折，算一算。

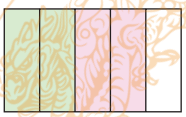
如果把这张纸的 $\frac{4}{5}$ 平均分成 3 份，每份是这张纸的几分之几？（教材 30 页例 1）

解决问题

理解题意　把一张纸的 $\frac{4}{5}$ 平均分成 2 份或者平均分成 3 份，求每份是这张纸的几分之几，都是平均分问题，用除法计算，列式为 $\frac{4}{5}\div 2$、$\frac{4}{5}\div 3$。

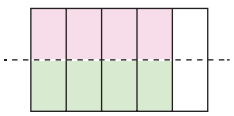
方法探究　（1）探究 $\frac{4}{5}\div 2$ 的计算方法。

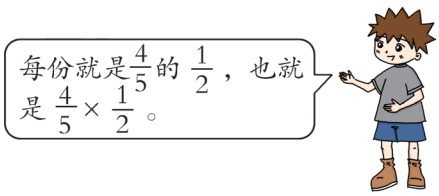
方法一：把一张纸平均分成 5 份，将其中的 4 份涂上颜色，而这张纸的 $\frac{4}{5}$，也就是 4 个 $\frac{1}{5}$。



$$\frac{4}{5}\div 2=\frac{4\div 2}{5}=\frac{2}{5}$$

方法二：把表示 $\frac{4}{5}$ 的纸“上下”对折，如下图。





变倒数

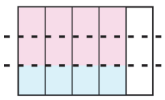
$$\frac{4}{5}\div 2=\frac{4}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$$

变乘号

（2）探究 $\frac{4}{5}\div 3$ 的计算方法。

$\frac{4}{5}\div 3=\frac{4\div 3}{5}$，$4\div 3$ 得不到整数，咋办呢？

简单，第一种方法不行，用第二种呗！$\frac{4}{5}\div 3=\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{4}{15}$



用平均分的方法有一定的局限性，用乘法的意义适用范围更广，计算比较简便。

$$\frac{4}{5}\div 3=\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{4}{15}$$

规范解答 $\frac{4}{5}\div 2=\frac{4\div 2}{5}=\frac{2}{5}$ 或 $\frac{4}{5}\div 2=\frac{4}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$ 答：每份是这张纸的 $\frac{2}{5}$。

$\frac{4}{5}\div 3=\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{4}{15}$ 答：每份是这张纸的 $\frac{4}{15}$。

方法总结

分数除以整数（0除外）等于分数乘这个整数的倒数。

小考真题精讲

例题 一个正方形的周长是 $1\frac{3}{5}$ 米，它的边长是多少米？

思路导引 由“正方形的周长 $\div 4$ ＝边长”，可列出算式“$1\frac{3}{5}\div 4$”。

规范解答 $1\frac{3}{5}\div 4=\frac{8}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{2}{5}$（米）

答：它的边长是 $\frac{2}{5}$ 米。

温馨提示

带分数除以整数，先将带分数化为假分数，再用分数除以整数的计算方法计算。

课后拓展

能力点 用逆推法解决分数除法问题

例题 小马虎在计算一道除法算式时，把除以8按照乘8计算了，结果得 $\frac{3}{4}$。正确的结果是多少？

思路导引

正确的算式：（　　）$\div 8=$（　　）

错误的算式：（　　）$\times 8=\frac{3}{4}$

被除数没有变哟！

先根据错误算式，用逆推法算出正确的被除数！

规范解答 被除数：$\frac{3}{4} \div 8 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{3}{32}$　　正确结果：$\frac{3}{32} \div 8 = \frac{3}{32} \times \frac{1}{8} = \frac{3}{256}$

答：正确的结果是 $\frac{3}{256}$。

方法总结

解答此类题目，可用逆推法从错误的结果入手，求出题中的不变量，继而求出正确的结果。

秘招小练

能力练

1. 根据上下两道题的关系，写出得数。

$\begin{cases} \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \\ \frac{1}{3} \div \frac{2}{3} = \end{cases}$　$\begin{cases} \frac{7}{15} \times 3 = \\ \frac{7}{5} \div \frac{7}{15} = \end{cases}$　$\begin{cases} \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \\ \frac{3}{8} \div \frac{1}{2} = \end{cases}$

2.（真题）一个等边三角形的周长是 $\frac{15}{16}$ 米，它的边长是多少米？

3. 把一根 $\frac{4}{5}$ 米长的木材锯成相同长度的小段，一共锯了 7 次，每段长多少米？

拓展练

4. 陈老师在计算一道除法算式时，把被除数扩大到原来的 5 倍后，再除以 12，结果得 $\frac{1}{60}$。你知道这个除法算式的被除数是多少吗？

5. 如果 a 是一个不为 0 的自然数，那么 $\frac{1}{8} \div a$ 与 $\frac{1}{a} \div 8$ 谁的结果比较大？为什么？

第 2 课时　一个数除以分数

学习目标

知识要点：

1. 会用一个数除以分数的方法解决实际问题。
2. 能根据除数与 1 的大小正确判断商与被除数的大小关系。

忆旧新知

重点　掌握一个数除以分数的计算方法。

难点　理解一个数除以分数的算理。

课堂点拨

教材例题解析

知识点 1　一个数除以分数的计算方法

问题呈现　小明 $\frac{2}{3}$ 小时走了 2km，小红 $\frac{5}{12}$ 小时走了 $\frac{5}{6}$ km。谁走得快些？（教材 31 页例 2）

解决问题

理解题意　要求“谁走得快些”就是比较小明和小红谁的速度快。根据数量关系式“路程 ÷ 时间＝速度”，可以先列出算式求出各自的速度，再比较即可。

方法探究　小明的速度：$2\div\frac{2}{3}$　　小红的速度：$\frac{5}{6}\div\frac{5}{12}$

（1）

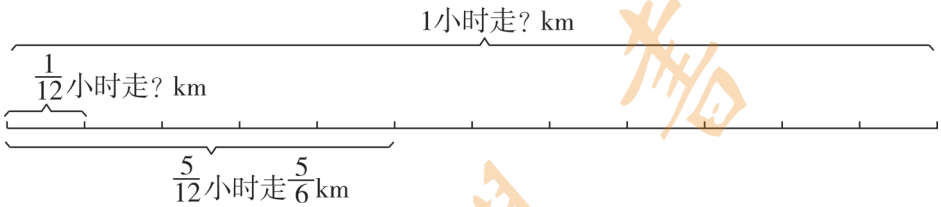
则：$2 \div \frac{2}{3} = 2 \times \frac{1}{2} \times 3 = 2 \times \frac{3}{2}$

乘法结合律

“$\frac{2}{3}$”变成了它的倒数“$\frac{3}{2}$”耶！

（2）

$\frac{5}{6} \div \frac{5}{12}$怎么算呢？还是画图试试。



先求$\frac{1}{12}$小时走的路程，即$\frac{5}{6}$ km的$\frac{1}{5}$是多少，列式为$\frac{5}{6} \times \frac{1}{5}$，再求1小时走多少千米，即12个$\left(\frac{5}{6} \times \frac{1}{5}\right)$。

$$\frac{5}{6} \div \frac{5}{12} = \frac{5}{6} \times \frac{1}{5} \times 12 = \frac{5}{6} \times \frac{12}{5} = 2\ (\text{km})$$

变号了　结合律　互为倒数

规范解答　小明1小时走的路程为：$2 \div \frac{2}{3} = 2 \times \frac{1}{2} \times 3 = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = 3\ (\text{km})$

小红1小时走的路程为：$\frac{5}{6} \div \frac{5}{12} = \frac{1}{5} \times \frac{2}{12} = 2\ (\text{km})$　　3km > 2km

答：小明走得快。

方法总结

一个数（可以是整数，也可以是分数）除以分数，等于这个数乘分数的倒数。

知识点2　分数除法的计算法则

问题呈现　通过上面的计算，你发现了什么？你会用自己的方式表示你发现的规律吗？　（教材32页）

解决问题

理解题意 利用前面学习的 $\frac{4}{5}\div 3$，$2\div\frac{2}{3}$，$\frac{5}{6}\div\frac{5}{12}$ 的计算，发现计算方法有什么规律可行。

方法探究

互为倒数

$\frac{4}{5}\div 3=\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{4}{15}$

变号了

没变

互为倒数

$2\div\frac{2}{3}=\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{1}\times\frac{3}{\underset{1}{\cancel{2}}}=3$

变号了

没变

互为倒数

$\frac{5}{6}\div\frac{5}{12}=\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{6}}}\times\frac{\overset{2}{\cancel{12}}}{\underset{1}{\cancel{5}}}=2$

变号了

没变

规范解答 分数除以整数的计算方法用字母表示为 $\frac{b}{a}\div n(a\neq 0,\ n\neq 0)=\frac{b}{a}\times\frac{1}{n}$。

整数除以分数的计算方法用字母表示为 $a\div\frac{n}{m}\ (m\neq 0,\ n\neq 0)=a\times\frac{m}{n}$。

分数除以分数的计算方法用字母表示为 $\frac{b}{a}\div\frac{n}{m}\ (a\neq 0,\ m\neq 0,\ n\neq 0)=\frac{b}{a}\times\frac{m}{n}$。

方法总结

一个数除以一个不等于 0 的数，等于乘这个数的倒数。

巧学妙记

分数除法计算要注意：“两变一不变”，除号变乘号，除数变成除数的倒数，被除数不变。

易错易混剖析

例题 $\frac{3}{7}\div\frac{7}{9}$

错误解答 $\frac{3}{7}\div\frac{9}{7}=\frac{7}{3}\times\frac{7}{9}=\frac{49}{27}$

错误分析 计算分数除法时，应只把除数改写成它的倒数，同时把“÷”变成“×”，而不要把被除数也改写成它的倒数。

正确解答 $\frac{3}{7}\div\frac{9}{7}=\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{7}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{3}{\cancel{9}}}=\frac{1}{3}$

规避策略

计算分数除法时，只把除数写成倒数。

小考真题精讲

例题 计算下列各题，从中你发现了什么规律？

$6\div\frac{2}{3}$　　$\frac{1}{2}\div\frac{3}{5}$　　$\frac{1}{2}\div 1$　　$\frac{1}{2}\div\frac{5}{3}$　　$6\div\frac{3}{2}$　　$0\div\frac{1}{2}$

思路导引 先算出结果，再观察。

$6\div\frac{2}{3}=9$　　$\frac{1}{2}\div\frac{3}{5}=\frac{5}{6}$　　$\frac{1}{2}\div 1=\frac{1}{2}$

<1　　$=1$

$<$　　$<$　　$=$

$\frac{1}{2}\div\frac{5}{3}=\frac{3}{10}$　　$6\div\frac{3}{2}=4$　　$0\div\frac{1}{2}=0$

>1

$>$　　$>$　　$=$

规范解答 $6\div\frac{2}{3}=9$　　$\frac{1}{2}\div\frac{3}{5}=\frac{5}{6}$　　$\frac{1}{2}\div 1=\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}\div\frac{5}{3}=\frac{3}{10}$　　$6\div\frac{3}{2}=4$　　$0\div\frac{1}{2}=0$

一个数（0除外）除以
- 小于1且大于0的数，商 $>$ 被除数
- 1，商 $=$ 被除数
- 大于1的数，商 $<$ 被除数

课后拓展

能力点 运用转化法计算较复杂的分数除法

例题 （1）$166\frac{1}{20}\div 41$　　（2）$2016\div 2016\frac{2016}{2017}$

思路导引 （1）先将 $166\frac{1}{20}\div 41\xrightarrow{\text{变为}}166\frac{1}{20}\times\frac{1}{41}$，再利用乘法分配律进行简算。

41 的倍数 $164+2\frac{1}{20}$

（2）$2016\frac{2016}{2017}$ 可以化为 $\frac{2016\times2017+2016}{2017}$，再把分子 $2016\times2017+2016$ 变为 2016×2018，便于约分和计算。

规范解答

（1）$166\frac{1}{20} \div 41$

$= \left(164 + 2\frac{1}{20}\right) \times \frac{1}{41}$

$= 164 \times \frac{1}{41} + \frac{41}{20} \times \frac{1}{41}$

$= 4 + \frac{1}{20}$

$= 4\frac{1}{20}$

（2）$2016 \div 2016\frac{2016}{2017}$

$= 2016 \div \frac{2016 \times 2017 + 2016}{2017}$

$= 2016 \div \frac{2016 \times 2018}{2017}$

$= 2016 \times \frac{2017}{2016 \times 2018}$

$= \frac{2017}{2018}$

方法总结

巧妙运用运算定律计算，可以使计算更简便。

秘招小练

能力练

1.（真题）在○里填上“>”“<”或“=”。

$\frac{3}{7} \div \frac{1}{3} \bigcirc \frac{3}{7}$　　$\frac{5}{8} \div \frac{5}{4} \bigcirc \frac{5}{8}$　　$\frac{69}{73} \div \frac{4}{5} \bigcirc \frac{69}{73} \times \frac{5}{4}$

$\frac{11}{6} \div \frac{6}{11} \bigcirc \frac{11}{6}$　　$\frac{17}{3} \div \frac{17}{6} \bigcirc \frac{17}{3}$　　$\frac{5}{12} \div \frac{1}{6} \bigcirc \frac{5}{12} \div 6$

2. 一根$\frac{5}{6}$米长的钢绳重 2 千克，这根钢绳每米重多少千克？每千克钢绳有多长？

3. 某工厂使用一种自动检测仪来检测生产的零件是否合格，检测一个零件的时间为$\frac{1}{30}$秒。$\frac{1}{3}$秒可以检测多少个零件？ 2 分钟呢？

4.（真题）哪本书的页数多？多多少页？

这本科技书真有趣，我已经看了$\frac{2}{3}$，还剩60页。

我看的故事书也看了$\frac{2}{3}$，不过我看了的页数和你剩下的页数一样多。

拓展练

5. 计算。

（1）$51\frac{2}{3} \div \frac{5}{3} + 71\frac{3}{4} \div \frac{7}{4} + 91\frac{4}{5} \div \frac{9}{5}$

（2）$1-2356 \div 2356\frac{2356}{2357}$

6. 一根彩带不足8米，从一头量4米作一记号A，再从另一头量4米作一记号B，这时A、B间的长度是彩带全长的$\frac{1}{7}$。这根彩带长多少米？

第 3 课时　分数四则混合运算

学习目标

知识要点：

1. 能按运算顺序进行分数四则混合运算。
2. 能用乘法运算定律进行简便运算。

重点　掌握分数四则混合运算的运算顺序。

难点　掌握把连除化成连乘并进行约分的方法。

课堂点拨

教材例题解析

知识点　分数四则混合运算

问题呈现　（教材 33 页例 3）

解决问题

理解题意　题目告诉了每次吃药的片数，每天吃药的次数和一盒药的总片数，要求“可以吃多少天”。

方法探究

分步解答：

$\frac{1}{2}\times 3=\frac{3}{2}$（片）

$12\div\frac{3}{2}=12\times\frac{2}{3}=8$（天）

$12\div\frac{1}{2}=12\times\frac{2}{1}=24$（次）

$24\div 3=8$（天）

列综合算式：

$12\div\left(\frac{1}{2}\times 3\right)$

$12\div\frac{1}{2}\div 3$

规范解答

方法一：$12\div\left(\frac{1}{2}\times3\right)$

$=12\div\frac{3}{2}$

$=12\times\frac{2}{3}$

$=8$（天）

方法二：$12\div\frac{1}{2}\div3$

$=12\times\frac{2}{1}\div3$

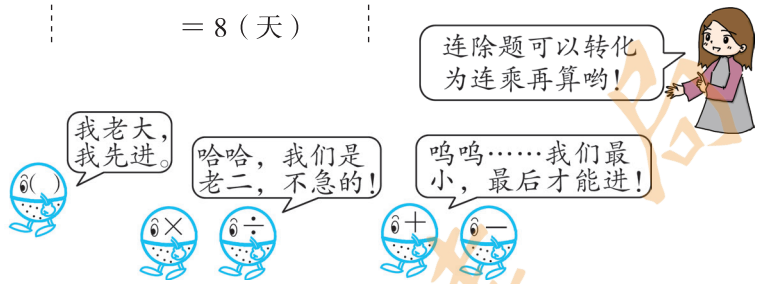
$=24\div3$

$=8$（天）

方法三：$12\div\frac{1}{2}\div3$

$=\cancel{12}^{4}\times\frac{2}{1}\times\frac{1}{\cancel{3}_{1}}$

$=8$（天）



方法总结

易错易混剖析

例 1 $\frac{5}{6}\times6\div\frac{5}{6}\times6$

错误解答 $\frac{5}{6}\times6\div\frac{5}{6}\times6$

$=5\div5$

$=1$

错误分析 受简便运算的影响，没有按分数四则混合运算的运算顺序来计算。

正确解答

$\frac{5}{6}\times6\div\frac{5}{6}\times6$

$=5\div\frac{5}{6}\times6$

$=5\times\frac{6}{5}\times6$

$=36$

或

$\frac{5}{6}\times6\div\frac{5}{6}\times6$

$=\frac{5}{6}\div\frac{5}{6}\times6\times6$

$=1\times6\times6$

$=36$

规避策略

弄清运算顺序再计算；如果可以简算的，在同级运算中先带着数前面的符号交换位置后再算。

例 2 $8\div\left(\frac{8}{9}+\frac{16}{27}\right)$

错误解答 $8\div\left(\frac{8}{9}+\frac{16}{27}\right)$

$=8\div\frac{8}{9}+8\div\frac{16}{27}$

$=8\times\frac{9}{8}+8\times\frac{27}{16}$

$=9+13\frac{1}{2}=22\frac{1}{2}$

错误分析 错误地运用乘法分配律。

正确解答 $8\div\left(\frac{8}{9}+\frac{16}{27}\right)$

$=8\div\left(\frac{24}{27}+\frac{16}{27}\right)$

$=8\div\frac{40}{27}$

$=8\times\frac{27}{40}$

$=\frac{27}{5}$

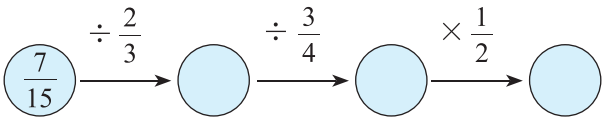
规避策略

一个数除以两个数的和，要严格按运算顺序来算，只能先算括号里的。

教材习题选讲

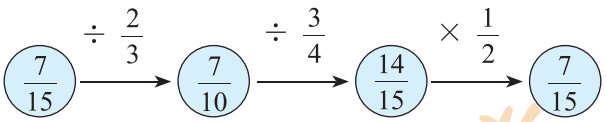
教材 36 页第 17 题

按下面的步骤计算，再把最后的得数与开始的数比较，你能发现什么？你知道为什么吗？



思路导引 $\frac{7}{15} \div \frac{2}{3} = \frac{7}{10} \longrightarrow \frac{7}{10} \div \frac{3}{4} = \frac{14}{15} \longrightarrow \frac{14}{15} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{15}$

规范解答



经过计算可以发现，最后的结果等于开始的数。因为 $\frac{2}{3}$、$\frac{3}{4}$ 的倒数的积乘 $\frac{1}{2}$ 正好是 1，即 $\frac{7}{15}$ 除以 $\frac{2}{3}$、$\frac{3}{4}$ 的商再乘 $\frac{1}{2}$，实际上相当于 $\frac{7}{15}$ 乘 1，所以最后的结果还是 $\frac{7}{15}$。

方法总结

当进行运算的中间数“相乘为 1”时，结果不变！

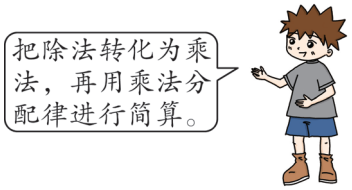
小考真题精讲

例题 （1）$21 \times \frac{1}{3} - 0.375 \div \frac{1}{8}$　　（2）$\left(\frac{5}{6} + \frac{2}{9} - \frac{1}{4}\right) \div \frac{1}{36}$

思路导引

（1）$21 \times \frac{1}{3} - 0.375 \div \frac{1}{8}$

（2）$\left(\frac{5}{6} + \frac{2}{9} - \frac{1}{4}\right) \div \frac{1}{36}$



规范解答

（1）$21 \times \frac{1}{3} - 0.375 \div \frac{1}{8}$

$= 21 \times \frac{1}{3} - \frac{3}{8} \div \frac{1}{8}$

$= 7 - 3$

$= 4$

（2）$\left(\frac{5}{6} + \frac{2}{9} - \frac{1}{4}\right) \div \frac{1}{36}$

$= \left(\frac{5}{6} + \frac{2}{9} - \frac{1}{4}\right) \times 36$

$= \frac{5}{6} \times 36 + \frac{2}{9} \times 36 - \frac{1}{4} \times 36$

$= 30 + 8 - 9$

$= 38 - 9$

$= 29$

方法总结

四则混合运算中，有小数、分数的常先把小数化为分数再计算；有除法的常先变为乘法后再算。

课后拓展

能力点 用逆推法解决稍复杂的分数问题

例题 淘淘在计算一道除法算式时，把除以 $\frac{2}{3}$ 按照乘 $\frac{2}{3}$ 计算，结果是 $\frac{2}{5}$，正确的答案应是多少？

思路导引 根据一个数乘 $\frac{2}{3}$ 是 $\frac{2}{5}$ 进行逆推 $\longrightarrow$ $\frac{2}{5}\div\frac{2}{3}=\frac{3}{5}$ 得到除法算式的被除数是 $\frac{3}{5}$，再用 $\frac{3}{5}\div\frac{2}{3}$，得出正确的答案。

规范解答 $\frac{2}{5}\div\frac{2}{3}=\frac{2}{5}\times\frac{3}{2}=\frac{3}{5}$　　$\frac{3}{5}\div\frac{2}{3}=\frac{3}{5}\times\frac{3}{2}=\frac{9}{10}$

答：正确的答案应是 $\frac{9}{10}$。

方法总结

解答此类题时，应从错误的结果入手，分析错误的原因，最后利用积、商的变化求出正确答案。

秘招小练

能力练

1. 算一算。

$8\div9\times\frac{8}{9}$　　$2\div\frac{4}{5}-1.5\div\frac{3}{4}$　　$\frac{17}{18}\times30\div\frac{17}{18}\times30$

（真题）$95\times3.8+6.2\div\frac{1}{95}$　　（真题）$\frac{9}{20}\div\left[\frac{3}{2}\times\left(0.4+\frac{4}{5}\right)\right]$

2. 万老师每天坚持在学校操场环形跑道上跑 8 圈，他跑完 3 圈大约用了 $\frac{9}{2}$ 分，照这个速度，万老师跑完剩下的圈数还需要用多少小时？

3. 某校的综合教学楼共 5 层，高度是 16m，舞蹈教室设在 4 楼，王老师要去舞蹈教室上课。请问舞蹈教室地板离地有多高？

4. 用一根长 36 米的彩带做蝴蝶结。做一个蝴蝶结需用彩带 $\frac{2}{5}$ 米，已经用了 $\frac{5}{6}$ 的彩带，已经做了多少个蝴蝶结？

5.（真题）淘淘从家里去上学，走了 $\frac{2}{3}$ 后，离中点 165 米。淘淘家离学校多少米？

拓展练

6. 马虎在计算一道除法算式时，把除以 $\frac{5}{6}$ 按照乘 $\frac{5}{6}$ 计算，结果是 $\frac{5}{12}$，正确的答案应是多少？

第 4 课时　解决问题①

学习目标

知识要点：

1. 会用线段分析实际问题中的等量关系。
2. 能解决“已知一个数的几分之几是多少，求这个数”的实际问题。

重点　用方程解决简单的分数除法问题。

难点　用线段图表示题中的数量关系。

课堂点拨

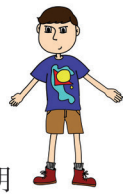
教材例题解析

知识点　“已知一个数的几分之几是多少，求这个数”的问题的解法

问题呈现

根据测定，成人体内的水分约占体重的$\frac{2}{3}$，儿童体内的水分约占体重的$\frac{4}{5}$。

我算了一下，我体内有28kg水分。



小明

小明重多少千克？（教材 37 页例 4）

解决问题

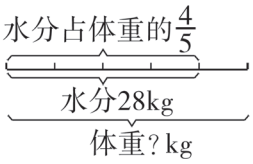
阅读与理解　（1）信息提示：小明体内的水分重 28kg。小明体内的水分占体重的$\frac{4}{5}$。

（2）问题提取：要求的是小明的体重是多少千克。

“成人体内的水分约占体重的$\frac{2}{3}$”这个信息对于这个问题是多余的！

分析与解答

结合题意画线段图来分析！



“儿童的体重”是单位“1”！

结合线段图和“儿童体内的水分占体重的$\frac{4}{5}$”这一信息，可以列出等量关系式。

小明的体重 × $\frac{4}{5}$ = 小明体内水分的质量

利用等量关系式，可以用“列方程”和“算术法”来解决这个问题。

规范解答

方法一：解：设小明的体重是 x 千克。

$$\frac{4}{5}x = 28$$

$$x = 28 \div \frac{4}{5}$$

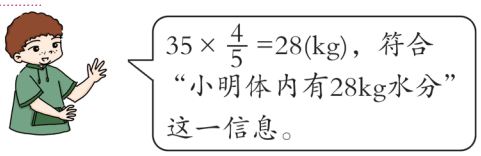
$$x = 28 \times \frac{5}{4}$$

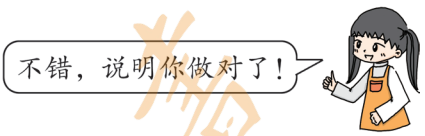
$$x = 35$$

答：小明的体重是 35kg。

方法二：$28 \div \frac{4}{5} = 28 \times \frac{5}{4} = 35$（千克）

回顾与反思





方法总结

“已知一个数的几分之几是多少，求这个数”的解法常常是：

（1）列方程解答：找准单位“1”→设单位“1”的量为 x→找出等量关系式→列方程解答并检验。

（2）算术法：找准单位“1”→找出已知量和已知量对应着占单位“1”的几分之几→列除法算式解答。

易错易混剖析

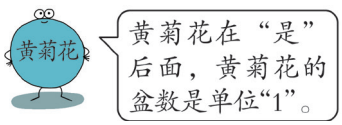
例题 公园里有一些菊花，红菊花的盆数是黄菊花的 $\frac{2}{3}$，红菊花有 12 盆，黄菊花有多少盆？

错误解答 $12 \times \frac{2}{3} = 8$（盆）

错误分析 “红菊花的盆数是黄菊花的 $\frac{2}{3}$”是把“黄菊花的盆数”看作单位“1”，求单位“1”的量应该用除法算。

正确解答 $12 \div \frac{2}{3} = \overset{6}{\cancel{12}} \times \frac{3}{\underset{1}{\cancel{2}}} = 18$（盆）

答：黄菊花有 18 盆。



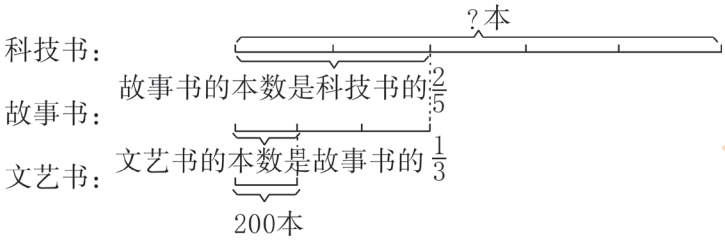
规避策略

找准单位“1”，求单位 1 的量，用除法计算。

小考真题精讲

例题 学校图书室里的故事书的本数是科技书的 $\frac{2}{5}$，文艺书的本数是故事书的 $\frac{1}{3}$。文艺书有 200 本。科技书有多少本？

思路导引 根据题意画线段图理解数量关系，并列出关系式。



科技书的本数 $\times \frac{2}{5}$ = 故事书的本数

故事书的本数 $\times \frac{1}{3}$ = 文艺书的本数

科技书的本数 $\times \frac{2}{5} \times \frac{1}{3}$ = 文艺书的本数

规范解答 解：设科技书有 x 本。

$$x \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = 200$$

$$x = 1500$$

答：科技书有 1500 本。

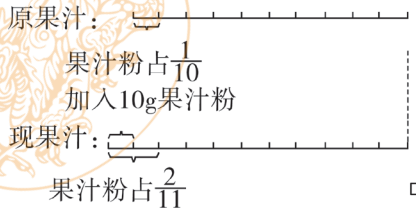
温馨提示：题中的单位“1”有两个哟！千万要注意“单位1”和分率的对应关系！

课后拓展

能力点 运用方程法解决分数除法问题

例题 一杯果汁饮料，果汁粉占饮料的 $\frac{1}{10}$，再加入 10g 果汁粉后，果汁粉占饮料的 $\frac{2}{11}$。原来果汁饮料有多少克？

思路导引 根据题意画线段图，并列出等量关系式。



⇨ 果汁粉质量 ÷ 现果汁质量 = $\frac{2}{11}$

规范解答 解：设原来果汁饮料有 xg。

$$\left(\frac{1}{10}x + 10\right) \div (x + 10) = \frac{2}{11}$$

$$x = 100$$

答：原来果汁饮料有 100g。

方法总结

解决较复杂的分数除法问题时用方程解会更简单、直观，但在列等量关系式时要注意各个量的变化。

秘招小练

能力练

1. 六（1）班有女生 20 人，占全班人数的 $\frac{5}{12}$。六（1）班共有多少人？（画出线段图列方程解答）

2. 一条裤子的价格是 76 元，一件上衣的价格是 124 元，买这两件衣服花去了妈妈带的钱的 $\frac{4}{5}$。妈妈带了多少钱？

3. （真题）学校举行跳绳比赛，苹苹跳的次数是黄霏霏的 $\frac{3}{5}$，壮壮跳的次数是苹苹的 $\frac{2}{3}$。壮壮跳的次数是 60 次。黄霏霏跳的次数是多少？

拓展练

4. 玩具厂有职工 128 人，男职工人数占全厂总人数的 $\frac{1}{4}$，后来调进男职工若干人，这时男职工人数占全厂总人数的 $\frac{2}{5}$，玩具厂现在有职工多少人？

链阅读

第 5 课时　解决问题②

学习目标

知识要点：

1. 会用线段图分析已知比一个数多（或少）几分之几的数是多少，求这个数的数量关系，找准单位“1”。
2. 能灵活用方程解决相关的实际问题。

重点　学会解决“已知比一个数多（或少）几分之几的数是多少，求这个数”的问题。

难点　学会运用线段图分析数量关系。

课堂点拨

教材例题解析

知识点　“已知比一个数多（或少）几分之几的数是多少，求这个数”的问题的解法

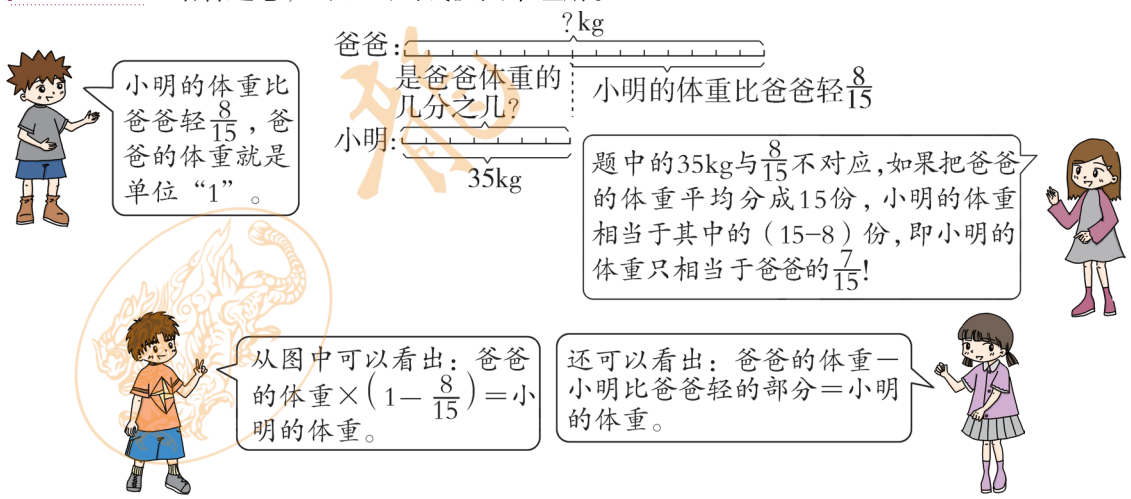
问题呈现　小明的体重是35kg，他的体重比爸爸的体重轻$\frac{8}{15}$，小明爸爸的体重是多少千克？（教材 38 页例 5）

解决问题

阅读与理解　（1）信息提示：小明的体重是35kg。小明的体重比爸爸的体重轻$\frac{8}{15}$。

（2）问题提取：要求的是爸爸的体重。

分析与解答　结合题意，可以画出线段图来理解。



规范解答　解：设爸爸的体重是$x$kg。

方法一：

$$\left(1-\frac{8}{15}\right)x=35$$
$$\frac{7}{15}x=35$$
$$x=35\times\frac{15}{7}$$
$$x=75$$

方法二：

$$x-\frac{8}{15}x=35$$
$$\frac{7}{15}x=35$$
$$x=35\times\frac{15}{7}$$
$$x=75$$

答：小明爸爸的体重是75kg。

回顾与反思

（75−35）÷75= $\frac{8}{15}$，正好符合题中小明的体重比爸爸的体重轻 $\frac{8}{15}$，说明做对了耶！

方法总结

“已知比一个数多（或少）几分之几的数是多少，求这个数”的问题的一般解法：（1）确定单位“1”；（2）写出等量关系式：一般为“单位‘1’的量 ×（1± 几分之几）=已知量”；或“单位‘1’的量 ± 单位‘1’的量 × 几分之几=已知量”；（3）结合等量关系式，设单位“1”的量为 x，列方程解答；（4）回顾与反思进行检验。

易错易混剖析

例题 修一条路，第一天修了全长的 $\frac{1}{4}$，第二天修了余下的 $\frac{1}{2}$，这时还剩 120m。这条路全长多少米？

易错课堂⑩

错误解答 $120\div\left(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)=480$（米）

错误分析 此题错在没有分清单位“1”，第一天修的是以“全长”为单位“1”，第二天修的是以“第一天修后的余下的部分”为单位“1”。

正确解答 $\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$……第二天修的占全长的几分之几

$120\div\left(1-\frac{1}{4}-\frac{3}{8}\right)=320$（米）

答：这条路全长 320 米。

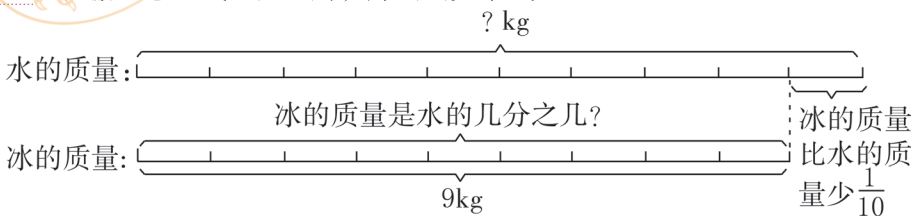
温馨提示：千万要找准单位“1”哦！

教材习题选讲

1. 教材 40 页第 8 题

在通常情况下，体积相等的冰的质量比水的质量少 $\frac{1}{10}$。现有一块重 9kg 的冰，如果有一桶水的体积和这块冰的体积相等，这桶水有多重？

思路导引 根据题意画线段图理解，并列出关系式。



规范解答 解：设这桶水有 x 千克。

方法一：水的质量 $\times\left(1-\frac{1}{10}\right)$ ＝冰的质量

$$\left(1-\frac{1}{10}\right)x=9$$

$$\frac{9}{10}x=9$$

$$x=9\times\frac{10}{9}$$

$$x=10$$

方法二：水的质量－冰比水轻的质量＝冰的质量

$$x-\frac{1}{10}x=9$$

$$x=9\times\frac{10}{9}$$

$$x=10$$

检验：$(10-9)\div10=\frac{1}{10}$，符合“体积相等的冰的质量比水的质量少 $\frac{1}{10}$”这一条件。

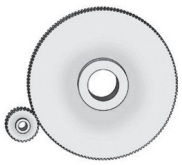
答：这桶水有 10 千克。

方法总结

找准单位“1”，弄清等量关系，是解题关键！

2. 教材 40 页第 10 题

有一组互相咬合的齿轮。



（1）大齿轮有 140 个齿，小齿轮的齿数是大齿轮的 $\frac{1}{5}$。小齿轮有多少个齿？

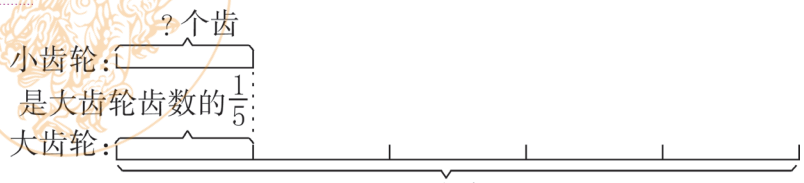
（2）小齿轮有 28 个齿，是大齿轮的 $\frac{1}{5}$。大齿轮有多少个齿？

（3）小齿轮每分钟转 400 周，大齿轮每分钟转的周数比小齿轮少 $\frac{4}{5}$。大齿轮每分钟转多少周？

（4）大齿轮每分钟转 80 周，比小齿轮每分钟转的周数少 $\frac{4}{5}$。小齿轮每分钟转多少周？

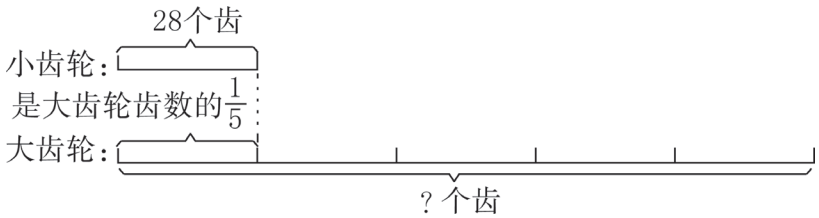
思路导引

（1）



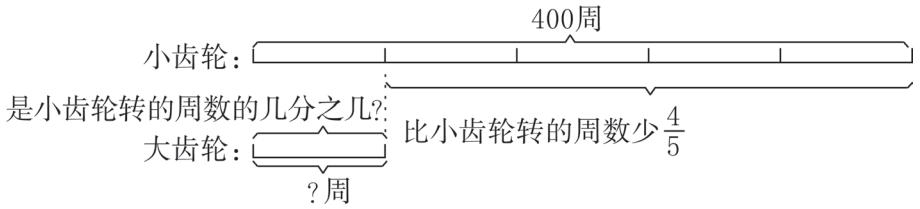
等量关系式：小齿轮的齿数＝大齿轮的齿数 $\times\frac{1}{5}$

（2）



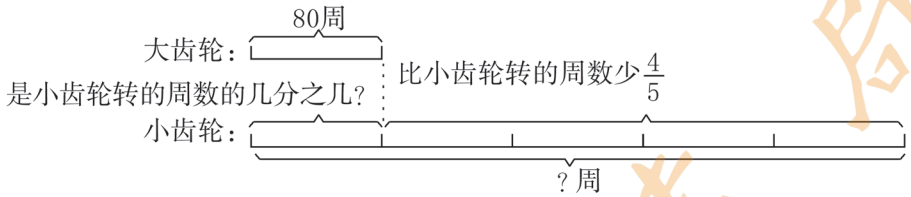
等量关系式：大齿轮的齿数 $\times\frac{1}{5}$ ＝小齿轮的齿数

（3）



等量关系式：大齿轮每分钟转的周数＝小齿轮每分钟转的周数 $\times\left(1-\frac{4}{5}\right)$

（4）



等量关系式 1：小齿轮每分钟转的周数 $\times\left(1-\frac{4}{5}\right)$ ＝大齿轮每分钟转的周数

等量关系式 2：小齿轮每分钟转的周数－大齿轮每分钟比小齿轮少转的周数＝大齿轮每分钟转的周数

规范解答 （1）$140\times\frac{1}{5}=28$（个）　答：小齿轮有 28 个齿。

（2）设大齿轮有 x 个齿。

$\frac{1}{5}x=28$

$x=28\times5$

$x=140$

答：大齿轮有 140 个齿。

（3）$400\times\left(1-\frac{4}{5}\right)$

$=400\times\frac{1}{5}$

$=80$（周）

答：大齿轮每分钟转 80 周。

（4）解：设小齿轮每分钟转 x 周。

方法一：$\left(1-\frac{4}{5}\right)x=80$

$x=80\times5$

$x=400$

方法二：$x-\frac{4}{5}x=80$

$x=80\times5$

$x=400$

答：小齿轮每分钟转 400 周。

方法总结

“求一个数的几分之几是多少”用乘法计算。“已知一个数的几分之几是多少，求这个数”列方程解答更简单。

小考真题精讲

例题 这是一张金环日食照片。

（1）金环的面积是 18 平方厘米，占照片面积的 $\frac{1}{6}$，照片的面积是多少？

（2）这次金环日食，在福州的见食时间是 4 分 20 秒左右，比本次日环食的最长见食时间少 $\frac{1}{4}$。本次日环食的最长见食时间大约是多少分多少秒？

思路导引

规范解答 （1）$18 \div \frac{1}{6} = 108$（平方厘米）　答：照片的面积是 108 平方厘米。

（2）4 分 20 秒 = 260 秒　$260 \div \left(1 - \frac{1}{4}\right) \approx 347$（秒）$= 5$ 分 47 秒

答：本次日环食的最长见食时间大约是 5 分 47 秒。

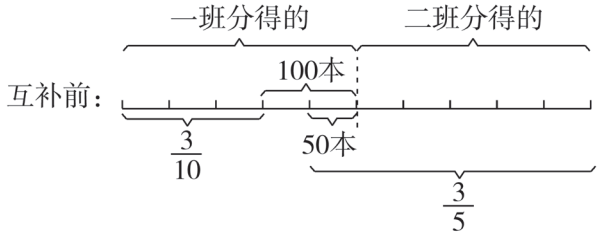
课后拓展

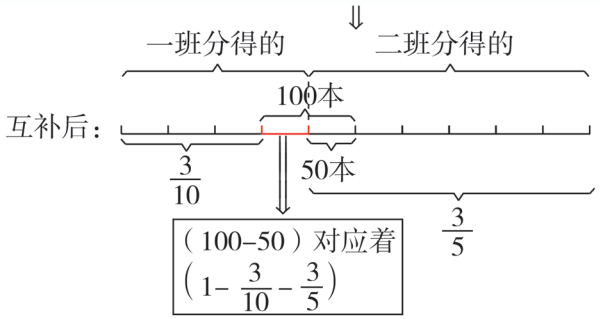
能力点 运用互补法解决复杂的分数应用题

例题 两个班的同学共同购买一批图书，一班分得的本数比总数的 $\frac{3}{10}$ 多 100 本，二班分得的本数比总数的 $\frac{3}{5}$ 少 50 本。这批图书共多少本？

思路导引 一班分得的本数比总数的 $\frac{3}{10}$ 多 100 本，剩下的为二班的本数。二班分得的本数比总数的 $\frac{3}{5}$ 少 50 本，说明二班分得的不到总数的 $\frac{3}{5}$。这时可以用“互补”的方法来思考。从一班的 100 本中拿 50 本给二班，二班的本数正好是总数的 $\frac{3}{5}$；而一班这时的本数比总数的 $\frac{3}{10}$ 多（100 − 50）本，用（100 − 50）除以它所占单位“1”的几分之几就是这批图书的总本数。

如图：





运用互补法使得题中的数量关系更明晰！

规范解答 $(100-50)\div\left(1-\frac{3}{10}-\frac{3}{5}\right)=50\div\frac{1}{10}=500$（本）

答：这批图书共 500 本。

方法总结

通过数据间的互补，找到具体数量对应着单位“1”的几分之几，从而找到解决问题的突破口。

秘招小练

能力练

1.（真题）依依买一本《科幻小说》。

（1）这本《科幻小说》的优惠价是 24 元，是原价的 $\frac{3}{4}$，原价是多少元？

（2）这本《科幻小说》的优惠价比《智力大王》的优惠价贵 $\frac{1}{3}$，《智力大王》的优惠价是多少元？

2. 爸爸比儿子大 27 岁，儿子的年龄是爸爸的 $\frac{1}{4}$，爸爸有多少岁？

3. “长征”七号火箭近地轨道运载能力为 13.5 吨，比“长征”五号火箭近地轨道运载能力少 $\frac{23}{50}$。“长征”五号火箭近地轨道运载能力为多少吨？

4.（真题）原来大筐里有多少个苹果？

拓展练

5. 龙一鸣两天读完一本书，第一天读了全书的 $\frac{1}{5}$ 多 130 页，第二天读了全书的 $\frac{1}{4}$ 多 90 页。这本书一共有多少页？

6.《九章算术》中有一道题：“今有人持米出三关，外关三而取一，中关五而取一，内关七而取一，余米五斗。问持米几何？”题意是：有人背米过关卡，经过外关时，用全部米的 $\frac{1}{3}$ 纳税，过中关时用所余米的 $\frac{1}{5}$ 纳税，经过内关时用再余米的 $\frac{1}{7}$ 纳税，最后只剩下 5 斗米。这个人原来背多少斗米过关卡？（斗：古代计量粮食容积的单位）

第 6 课时　解决问题③

学习目标

知识要点：

1. 解决“已知两个数的和（或差）及这两个数的倍数关系，求这两个数”的实际问题，学会用方程法解决。
2. 学会从不同角度分析数量关系，体会解法的多样性。

重点　用方程解决“和差问题”及“和倍问题”。

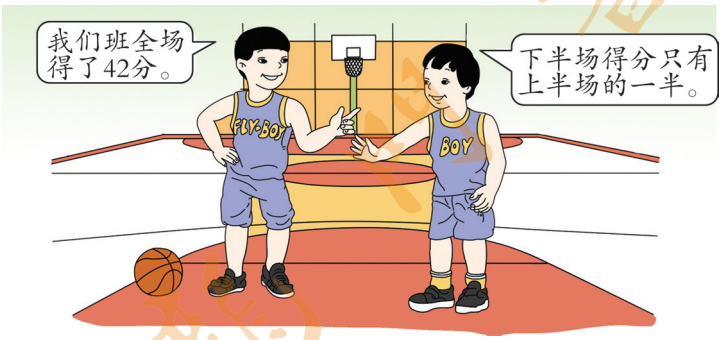
难点　根据两个未知量的关系设准未知数，找准等量关系。

课堂点拨

教材例题解析

知识点　“已知两个数的和（或差）及这两个数的倍数关系，求这两个数”的问题的解法

问题呈现　上半场和下半场各得多少分？（教材 41 页例 6）

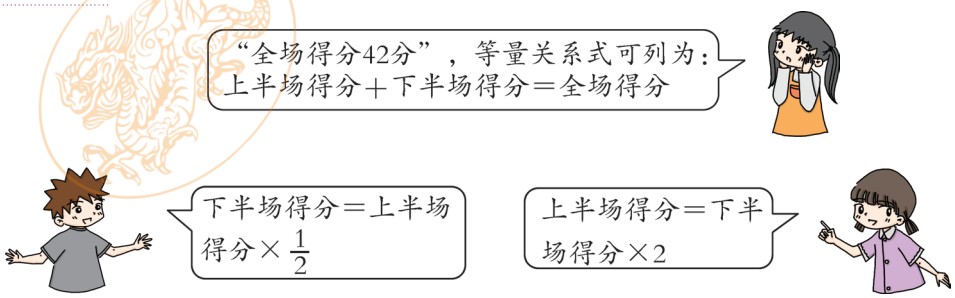


解决问题

阅读与理解　（1）信息提示：全场得分 42 分，下半场得分是上半场的一半。

（2）问题提取：上半场和下半场各得多少分？

分析与解答



结合题意，根据等量关系，列方程解答就十分容易了。

规范解答

方法一：解：设上半场得 x 分，

则下半场得 $\frac{1}{2}x$ 分。

$$x+\frac{1}{2}x=42$$

$$\frac{3}{2}x=42$$

$$x=28$$

$$28\times\frac{1}{2}=14\text{（分）}$$

答：上半场得 28 分，下半场得 14 分。

方法二：解：设下半场得 x 分，

则上半场得 $2x$ 分。

$$2x+x=42$$

$$3x=42$$

$$x=14$$

$42-14=28$（分）　或 $14\times2=28$（分）

温馨提示：别忘了求另一个数哟！

回顾与反思

28+14=42（分），正好全场得分也是42分耶！

14÷28=$\frac{1}{2}$，下半场得分确实是上半场的一半！

方法总结

解决“已知两个数的和（或差）及这两个数的倍数，求这两个数”的问题的一般解法：（1）依据“两个数的和（或差）”建立等量关系，列方程解答更简单；（2）设其中一个数为 x，另一个数用含 x 的式子来表示；（3）列方程求 x 的值后，别忘了求另一个数！

小考真题精讲

例题 刘老师从银行柜台取出 1100 元人民币，有 100 元和 50 元两种面值。其中面值 100 元的张数是 50 元张数的 $\frac{3}{5}$。两种面值的人民币各多少元？

思路导引

面值是50元的人民币的张数是单位“1”。

等量关系式是：面值50元人民币总额＋面值100元人民币总额＝1100元。

规范解答 解：设面值 50 元的人民币有 x 张，则面值 100 元的人民币有 $\frac{3}{5}x$ 张。

$$50x+100\times\frac{3}{5}x=1100$$

$$50x+60x=1100$$

$$110x=1100$$

$$x=10$$

$$50x=50\times10=500$$

$$100\times\frac{3}{5}x=100\times\frac{3}{5}\times10=600$$

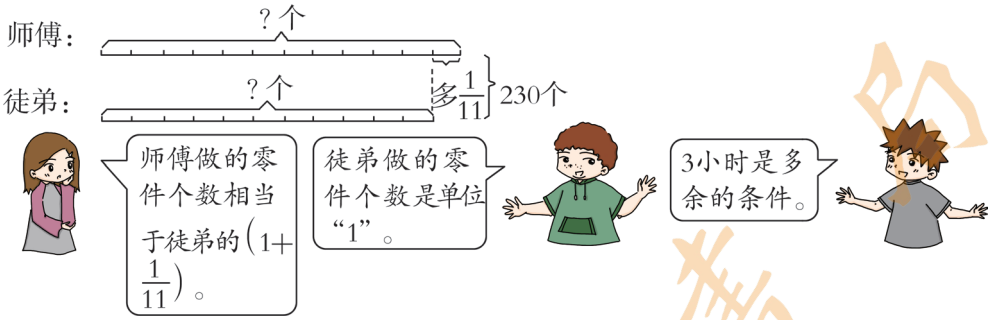
答：50 元面值的人民币有 500 元，100 元面值的人民币有 600 元。

课后拓展

能力点 运用综合法解决较复杂的分数除法问题

例题 师徒二人在3小时内共做了230个零件，师傅比徒弟多做了$\frac{1}{11}$。师徒二人各做了多少个零件？

思路导引 根据题意画出线段图。



规范解答 解：设徒弟做了x个零件，则师傅做了$\left(1+\frac{1}{11}\right)x$个零件。

$$x+\left(1+\frac{1}{11}\right)x=230$$

$$x+\frac{12}{11}x=230$$

$$\frac{23}{11}x=230$$

$$x=110$$

$$\left(1+\frac{1}{11}\right)x=\frac{12}{11}x$$

$$=\frac{12}{11}\times 110$$

$$=120$$

答：师傅做了120个零件，徒弟做了110个零件。

秘招小练

能力练

1. 一头大象和一头牛共重4400kg，而这头牛的体重正好是这头大象的$\frac{1}{10}$。大象和牛的体重各是多少千克？

2. 某厂有女职工 480 人，女职工比男职工少$\frac{1}{5}$。这个厂有男职工多少人？

3.（真题）壮壮和苹苹都是集邮爱好者，二人共收集了 160 枚邮票。如果壮壮拿出自己邮票枚数的$\frac{1}{5}$给苹苹，两人的邮票就一样多了。原来壮壮有多少枚邮票？

4. 某工程队修一条公路，一期工程完成了全部的$\frac{2}{5}$，二期工程完成了余下的$\frac{1}{3}$，这时还剩下 26 千米没有修完。这条公路长多少千米？

拓展练

5.（真题）实验小学六年级有学生 152 人。要选出男生的$\frac{1}{11}$和女生 5 人参加优秀学生评选，剩下的男、女生人数相等。六年级有男、女生各多少人？

第 7 课时　解决问题④

学习目标

知识要点：

1. 尝试并探索工程问题的解题方法，并能正确解答。
2. 能根据“工作总量 ÷ 工作效率之和＝工作时间”解决简单的工程问题。

重点　掌握“工程问题”的解题方法。

难点　理解工作效率的表示方法。

课堂点拨

教材例题解析

知识点　工程问题的解题方法

问题呈现　如果两队合修，多少天能修完？（教材 42 页例 7）

解决问题

理解题意　（1）信息提示：一条道路，一队单独修，12 天能修完；二队单独修，18 天才能修完。

（2）问题提取：两队合修，多少天能修完？

分析与解答

要想求两队合修要多少天，就要运用数量关系式：工作总量÷工作效率＝工作时间。

可是“工作总量”，也就是这条道路到底有多长呢？我们不知道，怎么办呢？

先假设知道这条道路有多长，就可以根据两队单独修完的时间，求出两队每天修的长度。再根据“总长度÷两队每天修的长度和＝两队合修的天数”求解。

这个主意不错！假设道路的总长是已知的，这个问题就转化成学过的工程问题了，就容易了！

规范解答　方法一：假设这条公路的长度是一个具体的数量。

（1）假设这条道路长 18km。

①一队每天修的千米数：

$$18\div12=\frac{3}{2}\ (\text{km})$$

（2）假设这条道路长 30km。

①一队每天修的千米数：

$$30\div12=\frac{5}{2}\ (\text{km})$$

②二队每天修的千米数：

$18\div18=1$（km）

③两队合修，每天修的千米数：

$\frac{3}{2}+1=\frac{5}{2}$（km）

④两队合修，需要的天数：

$18\div\frac{5}{2}=7\frac{1}{5}$（天）

②二队每天修的千米数：

$30\div18=\frac{5}{3}$（km）

③两队合修，每天修的千米数：

$\frac{5}{2}+\frac{5}{3}=\frac{25}{6}$（km）

④两队合修，需要的天数：

$30\div\frac{25}{6}=7\frac{1}{5}$（天）

方法二：假设这条公路的长度是“1”。

那两个队每天修的长度分别是$\frac{1}{12}$和$\frac{1}{18}$。

$$1\div\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{18}\right)$$
$$=1\div\frac{5}{36}$$
$$=7\frac{1}{5}\text{（天）}$$

不管假设“长度”是多少，结果都一样呢！“变中有不变”哩！无论道路有多长，两队每天修的长度占总长的几分之几是不变的！

答：两队合修需要$7\frac{1}{5}$天。

回顾与反思

（1）假设这条道路长18km，

$18\div12+18\div18=\frac{5}{2}$（km）

$18\div7\frac{1}{5}=\frac{5}{2}$（km）

$\frac{5}{2}$ km$=\frac{5}{2}$ km，说明正确！

（2）用假设法解决问题还挺方便的，尤其是把道路长度假设为1，更是简便！

方法总结

1. 用分数解决工程问题的方法与用整数解决工程问题的方法是相同的，都是灵活运用数量关系式：工作总量 ÷ 工作时间＝工作效率。
2. 在用分数解决工程问题时，通常在没有具体的工作总量时，把工作总量看作单位“1”，用单位时间内完成工作总量的几分之几表示工作效率。

易错易混剖析

例题 甲、乙两人打一篇稿件，甲单独打要5天，乙单独打要6天，两人合作，几天打完？

工作效率和是：$\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)$，不是（5+6）！

错误解答 $1\div(5+6)=\frac{1}{11}$（天）

错误分析 没有掌握用分数解决“工程问题”的方法，没有弄清工程问题的等量关系。

正确解答 假设这篇稿件为“1” $1\div\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)=\frac{30}{11}$（天）

答：两人合作，$\frac{30}{11}$天打完。

规避策略

用分数解决工程问题与用整数解决工程问题的思路是一样的，工作时间＝工作总量 ÷ 工作效率。

教材习题选讲

教材 45 页第 9 题

一共有 300 棵树。如果我们一队单独种，需要 8 天。如果我们二队单独种，需要 10 天。现在两队合种，5 天能种完吗？

思路导引 先求出两队合种 300 棵树需要多少天，再和 5 天比较，判断能否种完。

思路 1：天数＝总棵数 ÷ 两队每天合种的棵数

一队每天种的棵数＋二队每天种的棵数

思路 2：假设树的总量是 1，则两队每天种的棵数分别占总棵数的 $\frac{1}{8}$ 和 $\frac{1}{10}$，然后利用思路 1 的关系式解答。

规范解答

方法一：$300\div8=37.5$（棵）

$300\div10=30$（棵）

$300\div(37.5+30)=\frac{40}{9}$（天）

$\frac{40}{9}$ 天＜5 天

方法二：$1\div\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{10}\right)$

$=1\times\frac{40}{9}$

$=\frac{40}{9}$（天）

$\frac{40}{9}$ 天＜5 天

温馨提示：方法一是用整数解决工程问题，方法二是用分数解决工程问题。

答：现在两队合种，5 天能种完。

小考真题精讲

例题 修一条路，甲队单独修 20 天完成，乙队单独修 30 天完成。两队合修这条路，中途乙队因另有事停工 5 天。修完这条路共用了多长时间？

思路导引

假设这条路的全长是 1 → 甲队和乙队每天修的长度分别是 $\frac{1}{20}$ 和 $\frac{1}{30}$

乙队有事停工 5 天 → 甲队比乙队多做了 5 天 → 甲、乙共同修了这条路的 $\left(1-\frac{1}{20}\times5\right)$

规范解答 $\left(1-\frac{1}{20}\times5\right)\div\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{30}\right)+5=14$（天）

两人合修的工作总量是 $\left(1-\frac{1}{20}\times5\right)$！

答：修完这条路共用了 14 天。

课后拓展

能力点 运用分数乘法解决复杂的工程问题

例题 一辆客车和一辆货车同时分别从甲城和乙城出发。客车从甲城到乙城要行驶 12 小时，货车行驶的速度比客车慢 $\frac{1}{5}$。两车出发几小时后相遇？

思路导引

假设甲城和乙城的距离是1→客车每小时行全程的$\frac{1}{12}$；

货车行驶的速度比客车慢$\frac{1}{5}$→货车每小时行全程的$\frac{1}{12}\times\left(1-\frac{1}{5}\right)$

客车和货车1小时共行全程的$\frac{1}{12}+\frac{1}{12}\times\left(1-\frac{1}{5}\right)$

规范解答 $1\div\left[\frac{1}{12}+\frac{1}{12}\times\left(1-\frac{1}{5}\right)\right]=\frac{20}{3}$（小时）

答：两车出发$\frac{20}{3}$小时后相遇。

难点解读

利用分数乘法求出货车每小时行全程的几分之几是关键！

秘招小练

能力练

1. 一个蓄水池有甲、乙两个进水管，只打开甲管，10小时可以把蓄水池注满，只打开乙管，15小时可以把蓄水池注满。如果同时打开两个进水管，几小时可以把蓄水池注满？

2. 一共有240吨钢材要运往工地，如果甲车队单独运，需要12次。如果乙车队单独运，需要10次。现在两个车队合运，6次能完成吗？

3. （真题）加工一批零件，师傅单独做要8小时，徒弟每小时可以做60个零件。如果师徒两人共同加工，5小时可以完成。问这批零件共有多少个？

拓展练

4. 加工一批零件，李师傅单独做，5天可以完成任务。张师傅每天比李师傅多做$\frac{1}{4}$。两人合作，多少天可以完成任务？

第三单元巧巩固

复习课堂③

单元知识整理

知识模块	具体内容	考点提示
倒数的认识	1. 倒数的意义：乘积是 1 的两个数互为倒数。 2. 求一个数的倒数的方法： （1）求分数的倒数：交换分子、分母的位置。（求带分数的倒数，先将带分数化成假分数） （2）求整数（0 除外）的倒数：先把整数（0 除外）看作分母是 1 的假分数，再交换分子、分母的位置。 （3）求小数的倒数：先把小数化成真分数或假分数，再交换分子、分母的位置。	1. 倒数必须是乘积为 1 的两个数，一个数不能称为倒数。 2.1 的倒数是 1，0 没有倒数。
分数除法	1. 分数除法的意义：与整数除法的意义相同，都是已知两个因数的积和其中一个因数，求另一个因数的运算。 2. 分数除法的计算方法：一个数除以一个不为 0 的数，等于乘这个数的倒数。 3. 分数四则混合运算的运算顺序：与整数四则混合运算顺序相同。有括号的先算括号里面的；没有括号的，含有两级运算的，先算乘、除法，再算加、减法；只含有同一级运算的，从左往右算。 4. 解决问题。 （1）“已知一个数的几分之几是多少，求这个数”的问题的解法。 方法一：设单位“1”的量为 x，列方程解答。 方法二：已知量 ÷ 已知量对应着所占单位“1”的量的几分之几＝单位“1”的量。 （2）“已知比一个数多（或少）几分之几的数是多少，求这个数”的问题的解法。 方法一：设单位“1”的量为 x，根据等量关系式列方程解答。 等量关系式一般为： ①单位“1”的量 ×（1± 几分之几）＝已知量 ②单位“1”的量 ± 单位“1”的量 × 几分之几＝已知量 方法二：确定单位“1”的量，再用“已知量 ÷ 已知量占单位‘1’的分率”＝单位“1”的量 （3）“已知两个数的和（或差）及这两个数的倍数关系，求这两个数”的问题的解法。 ①找准单位“1”的量设为 x，再用含“x”的式子表示另一个量。 ②根据两个数的和（或差）列方程解答。 （4）工程问题 ①数量关系式：工作总量 ÷ 工作时间＝工作效率 ②利用数量关系式，根据已知量求出未知量。	1. 分数除法转化为分数乘法计算时，被除数不变，除号变乘号，除数变为其倒数。 2. 解决分数除法的问题，下面几步不可少： （1）找准单位“1”的量。 （2）画线段图来分析问题。 （3）弄清题中的等量关系式。 （4）找准“量”对应着的“分率”。 （5）工程问题中，“工作总量”通常当作“1”。

单元复习方法

单元热点题选讲

考点 分数除法

例题 龙一鸣 $\frac{2}{3}$ 小时走 $\frac{9}{10}$ 千米，淘淘 $\frac{3}{4}$ 小时走 $\frac{6}{5}$ 千米。谁走得快？

思路导引 “谁走得快”，可以用两种方法来比较。其一是比速度，看在相同的时间内谁走得路程多；其二是比时间，即看同走 1 千米谁用的时间少。

规范解答

方法一：

龙一鸣：$\frac{9}{10} \div \frac{2}{3} = \frac{27}{20}$（千米 / 时）

淘淘：$\frac{6}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{8}{5}$（千米 / 时）

$\frac{27}{20} < \frac{8}{5}$

答：淘淘走得快。

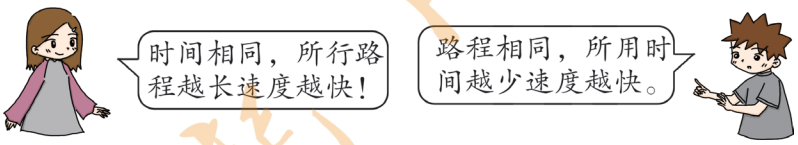
方法二：

龙一鸣：$\frac{2}{3} \div \frac{9}{10} = \frac{20}{27}$（时）

淘淘：$\frac{3}{4} \div \frac{6}{5} = \frac{5}{8}$（时）

$\frac{20}{27} > \frac{5}{8}$

方法总结

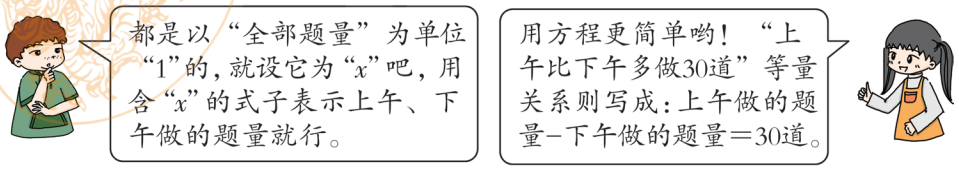


单元方法题选讲

考点 1 用方程法解决分数除法的实际问题

例 1 依依打算利用周末做些口算题，上午做了全部题量的 $\frac{1}{3}$，下午做了全部题量的 $\frac{1}{4}$，上午比下午多做 30 道。依依打算一共要做多少道题？

思路导引



规范解答 解：设依依打算一共要做 x 道题，则上午做 $\frac{1}{3}x$ 道，下午做 $\frac{1}{4}x$ 道。

$$\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}x = 30$$

$$\frac{1}{12}x = 30$$

$$x = 360$$

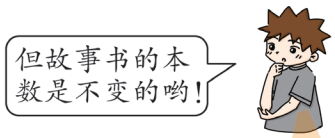
找准单位“1”，写准等量关系式，表示准各个量，用方程解题好简单哟！

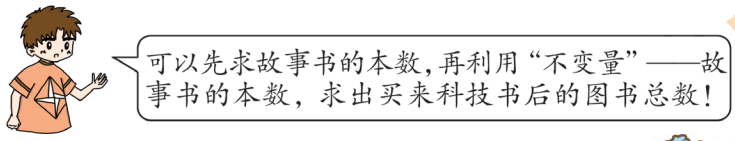
答：依依打算一共要做 360 道题。

考点 2 巧抓不变量解决分数除法问题

例 2 图书室有故事书和科技书共 480 本，其中科技书的本数占总数的 $\frac{3}{8}$，又买来一些科技书后，此时科技书的本数占总数的 $\frac{3}{7}$，买来多少本科技书？

思路导引





规范解答

$480 \times \left(1-\frac{3}{8}\right) = 300$（本）

$300 \div \left(1-\frac{3}{7}\right) = 525$（本）

$525 - 480 = 45$（本）

答：买来 45 本科技书。

难点解读

“$1-\frac{3}{7}$”表示买来科技书后故事书占现有图书总数的分率。

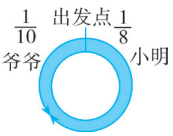
方法总结

找到不变量，利用“不变量”巧妙求出相应的数量，会让问题变得更简单！

教材习题选讲

教材 47 页第 5 题

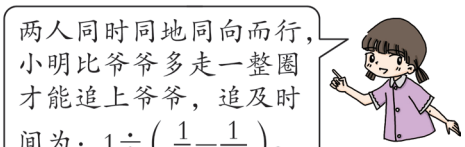
小明和爷爷一起去操场散步。小明走一圈需要 8 分钟，爷爷走一圈需要 10 分钟。



（1）如果两人同时同地出发，相背而行，多少分钟后相遇？

（2）如果两人同时同地出发，同方向而行，多少分钟后小明超出爷爷一整圈？

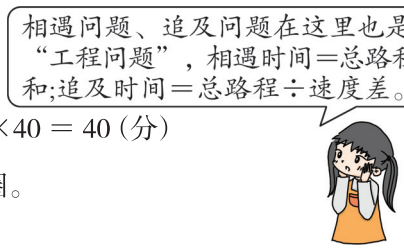
思路导引



规范解答

（1）$1 \div \left(\frac{1}{8}+\frac{1}{10}\right) = 1 \div \frac{9}{40} = 1 \times \frac{40}{9} = \frac{40}{9}$（分）

答：$\frac{40}{9}$ 分钟后相遇。



（2）$1 \div \left(\frac{1}{8}-\frac{1}{10}\right) = 1 \div \frac{1}{40} = 1 \times 40 = 40$（分）

答：40 分钟后小明超出爷爷一整圈。

第三单元重点考题

1. 计算下面各题，能简算的要简算。

$\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{8}\right)\div\frac{1}{24}$　　$\frac{1}{7}\times\frac{6}{13}+\frac{8}{13}\div 7$　　$\frac{1}{5}\div\left[\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\right)\times\frac{1}{13}\right]$

2. 黄霏霏骑自行车从甲地到乙地，淘淘步行从乙地到甲地。两人同时出发相向而行。当两人相遇时，淘淘走了全程的$\frac{1}{4}$；当黄霏霏到达乙地时，淘淘离甲地还有 6 千米。甲、乙两地相距多少千米？

3. 壮壮今年的年龄是妈妈的$\frac{1}{3}$，妈妈比壮壮大 24 岁，今年妈妈和壮壮各多少岁？

4. 一堆木材，如果单独做桌子可做 10 张，如果只做椅子可做 15 把。这堆木材可以做多少套这样的桌椅？（一套桌椅包括一张桌子和一把椅子）

5. 元代数学家朱世杰于 1303 年编著的《四元玉鉴》中有这样一道题目：九百九十九文钱，及时梨果买一千，一十一文梨九个，七枚果子四文钱。问：梨果多少价几何？此题的题意是：用 999 文钱买得梨和果子共 1000 个，梨 11 文买 9 个，果子 4 文买 7 个。问买梨和果子各多少个？各付多少钱？

四、比

第 1 课时　比的意义

学习目标

知识要点：

1. 理解比的意义，学会比的读、写法，认识比的前项、后项和比号，掌握求比值和求比中未知项的方法。
2. 经历探索比与分数、除法关系的过程，明确比与分数、除法三者之间的联系和区别，体会数学知识间的内在联系，把握数学知识的本质。

重点　理解比的意义，掌握求比值和比中未知项的方法。

难点　明确比与分数、除法的关系。

忆旧知 记新知

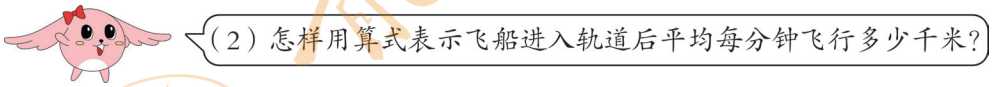
课堂点拨

教材例题解析

知识点 1　比的意义

问题呈现　2003 年 10 月 15 日，我国第一艘载人飞船“神舟”五号顺利升空。在太空中，执行此次任务的航天员杨利伟在飞船里向人们展示了联合国旗和中华人民共和国国旗。（教材 48 页）

“神舟”五号进入运行轨道后，在距地 350km 的高空做圆周运动，平均 90 分钟绕地球一周，大约运行 42252km。

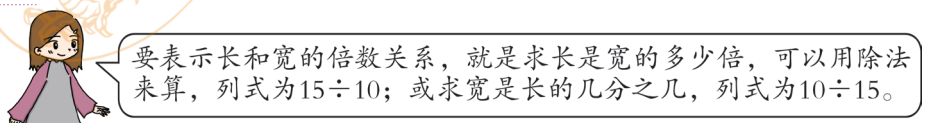


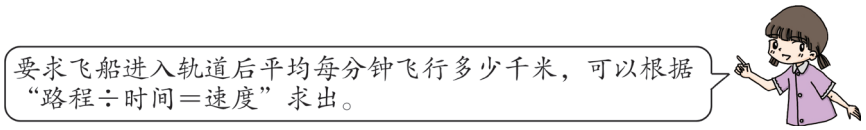
解决问题

理解题意　（1）中告诉了旗子的长和宽，想用算式表示旗子的长和宽的倍数关系。

（2）中告诉了“神舟”五号 90 分钟绕地球一周，运行大约 42252km。想用算式表示飞船进入轨道后每分钟飞行的速度是多少。

方法探究





规范解答　（1）15÷10 表示长是宽的多少倍；10÷15 表示宽是长的几分之几。

两个数量之间的倍数关系也可以看成：长和宽的比是15比10，宽和长的比是10比15。

“10”和“15”都表示长度，相比的两个量是同类量。

（2）42252÷90 表示飞船进入轨道后平均每分钟飞行多少千米。

我们也可以用比来表示路程和时间的关系：路程和时间的比是42252比90。

“42252”表示的是路程；90表示的是时间，是不同类量，不同类量的比可表示一个新的量（比如:速度）。

方法总结

两个数的比表示两个数相除。

知识点 2 比的读、写法、各部分的名称及求比值

问题呈现 15 比 10 记作 15 ： 10　　10 比 15 记作 10 ： 15

42252 比 90 记作 42252 ： 90（教材 49 页）

解决问题

理解题意 “比”怎么读？怎么写？它由几部分组成，各部分名称是什么？“比”既然是表示两个数之间的倍数关系，那比的结果怎么得到呢？这都是要学习的知识。

方法探究 （1）比的写法、读法。

15 比 10　记作　15 ： 10　　10 比 15　记作　10 ： 15

42252 比 90　记作　42252 ： 90

“比”记作“：”，读作“比”。

根据分数与除法的关系，两个数的比也可以写成分数形式。如：15：10可以写成 $\frac{15}{10}$，10：15写成 $\frac{10}{15}$，42252：90写成 $\frac{42252}{90}$，但仍读作15比10，10比15，42252比90。

（2）比各部分的名称。

15 ： 10 ＝ 15 ÷ 10 ＝ $\frac{3}{2}$

前项　比号　后项　　比值

根据比的意义，两个数的比表示两个数相除，所以15：10＝15÷10。

这里的“$\frac{3}{2}$”表示的是一个比值，也就是一个数，可以是一个分数、一个小数或一个整数。与分数形式表示的比不一样！

（3）求比值的方法。

根据比的意义，“两个数的比表示两个数相除”，我们可以用“比的前项 ÷ 比的后项”求出比值。

规范解答 15 比 10 记作 15 ： 10，读作 15 比 10；10 比 15 记作 10 ： 15，读作 10 比 15；42252 比 90 记作 42252 ： 90，读作 42252 比 90。比由“前项、后项、比号及比值”组成，比值＝比的前项 ÷ 比的后项。

方法总结

1. “比”的各部分是比的前项、比号、比的后项和比值。

2. 求比值的方法是：用比的前项 ÷ 比的后项。比值可以用分数表示，也可以用整数或小数表示。

3. 分数形式表示的比与分数形式表示的比值意义是不同的。

如：两个数的倍数关系是 $a : b$ 可以写成 $\frac{a}{b}$ $(b \neq 0)$ 的形式，但它们的比值只能写成 $\frac{a}{b}$ 的形式却不能写成 $a : b$ 的形式。

知识点 3　比与分数、除法的关系

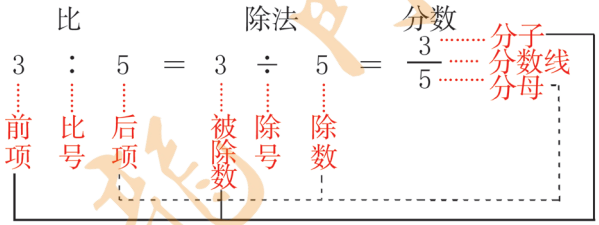
问题呈现

想一想：比的前项、后项和比值分别相当于除法算式和分数中的什么？比的后项可以是0吗？（教材49页）

解决问题

理解题意　综合比的意义、分数的意义及除法的意义，弄清比的各部分与除法、分数各部分有什么关系。

方法探究　观察对比，了解比、分数、除法之间的关系。



规范解答　（1）观察后将三者之间的联系归纳整理为：

比	前项	∶（比号）	后项	比值
除法	被除数	÷（除号）	除数	商
分数	分子	—（分数线）	分母	分数值

（2）三者的区别：

①意义不同：比表示两个数量的倍数关系；除法是一种运算；分数则是一个数。

②表示方法不同：作为一种运算，除法不能用分数表示；比可以用分数表示；但分数不一定表示两个数量的比。

③结果表达不同：除法一般要求出商；比只有在要求比值时才算出商，而分数本身是一个数值，不需要计算。

（3）比的后项不能为 0，因为比的后项相当于除法中的除数、分数中的分母，除数和分母不能为 0，所以比的后项也不能为 0。

方法总结

1. 用字母表示比与除法、分数的关系为：$a : b = a \div b = \frac{a}{b}$ $(b \neq 0)$。

2. 比的后项不能为 0。

易错易混剖析

例题 求 3km ： 4km 的比值，正确的是（A）。

A.3km ： 4km = 3 ： 4　　B.3km ： 4km = $\frac{3}{4}$

错误分析 没有弄清“比”和“比值”的区别。

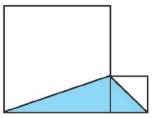
正确解答 B

规避策略

我是一个数，不能用“：”的形式表示。 比值

小考真题精讲

例题 右图中，两个正方形中阴影部分的面积比是 3 ： 1，大正方形和小正方形的面积比是（　　）：（　　）；两个正方形中空白部分的面积比是（　　）：（　　）。



思路导引

（1）大、小正方形中两个三角形共高；大、小正方形中阴影三角形的面积比是 3 ： 1 → 大、小正方形的边长比是 3 ： 1 → 大、小正方形的面积比是 9 ： 1

（2）大正方形中空白部分的面积：小正方形中空白部分的面积=（大正方形的面积−其中阴影三角形的面积）：（小正方形的面积−其中阴影三角形的面积） → 大、小正方形中空白部分的面积比是 15 ： 1

规范解答 9　1　15　1

方法总结

首先根据阴影部分两个三角形共高可以求出两个正方形的边长比，而正方形的面积比等于边长的平方比，进而可求两个正方形中空白部分的面积比。

课后拓展

能力点 巧用“比”的知识解决问题

例题 壮壮和龙一鸣分别从各自的家到学校上学，壮壮走的路程是龙一鸣的 $\frac{8}{9}$，而壮壮花的时间是龙一鸣的 $\frac{2}{3}$，壮壮与龙一鸣的速度比是多少？

思路导引 壮壮走的路程是龙一鸣的 $\frac{8}{9}$ →壮壮和龙一鸣所走的路程比是 8 ： 9；壮壮花的时间是龙一鸣的 $\frac{2}{3}$ →壮壮和龙一鸣所用的时间比是 2 ： 3；根据

难点解读

两个数量之间的倍数关系可用分数形式表示，也可用“：”的形式来表示。二者灵活转化，解决问题更简单。

“速度＝路程 ÷ 时间”→壮壮和龙一鸣的速度比是（8÷2）：（9÷3）。

规范解答 （8÷2）：（9÷3）＝4 ： 3

答：壮壮和龙一鸣的速度比是 4 ： 3。

秘招小练

能力练

1. 填一填。

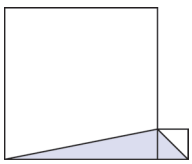
（1）甲是乙的 3 倍，甲和乙的比是（　　），乙和甲的比是（　　）。

（2）甲数的 $\frac{3}{4}$ 正好是乙数的 $\frac{2}{3}$，甲、乙两数的比是（　　）。

（3）苹果 8 个，梨 5 个。苹果的个数与梨的个数的比是（　　），比值是（　　）；梨的个数与水果总数的比是（　　），比值是（　　）。

（4）苹苹有 10 元钱，依依有 8 元，苹苹的钱数与依依的钱数的比是（　　），比值是（　　）。

（5）如图，两个正方形中阴影部分面积比是 5 ： 1，大、小正方形的面积比是（　　）：（　　）；两个正方形中空白部分的面积比是（　　）：（　　）。



2. 求下面各比的比值。

1.5 ： 2.1　　$\frac{5}{8}$ ： $\frac{5}{6}$　　24 ： $\frac{3}{4}$

3. 不同蔬菜中蛋白质和脂肪含量的比是不同的。

蔬菜	黄瓜	丝瓜	苦瓜
蛋白质、脂肪含量比	7 ： 2	14 ： 1	5 ： 1

上面哪种蔬菜的蛋白质、脂肪含量比最高？哪种最低？

拓展练

4. 甲、乙两个同学放学回家，甲走的路程是乙的 $\frac{9}{10}$，乙用的时间比甲少 $\frac{1}{3}$，求甲、乙的速度比。

第 2 课时　比的基本性质

学习目标

知识要点：

1. 会联系比和除法、分数的关系推导出比的基本性质。
2. 能运用比的基本性质化简比；掌握化简比的方法。

重点　推导出比的基本性质，探索化简比的方法。

难点　理解求比值和化简比的区别。

忆旧知 记新知

课堂点拨

教材例题解析

知识点 1　比的基本性质

问题呈现　你还记得商不变的规律和分数的基本性质吗？联系比和除法、分数的关系，想一想：在比中有什么样的规律？（教材 49~50 页）

解决问题

理解题意　比和除法、分数之间可以相互转化，利用这些关系，可以发现在比中有着什么样的规律呢？

方法探究

（1）先看看两个比的比值吧！

$6 ∶ 8 = 6 \div 8 = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

$12 ∶ 16 = 12 \div 16 = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

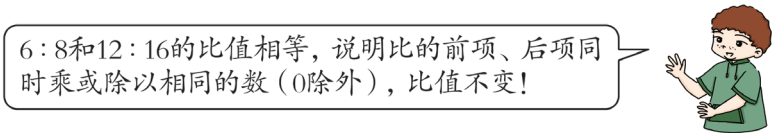
（2）再看看两个比之间的联系吧！

$6 \div 8 = (6 \times 2) \div (8 \times 2) = 12 \div 16$

$6 ∶ 8 = (6 \times 2) ∶ (8 \times 2) = 12 ∶ 16$

$6 ∶ 8 = (6 \div 2) ∶ (8 \div 2) = 3 ∶ 4$

$6 \div 8 = (6 \div 2) \div (8 \div 2) = 3 \div 4$



规范解答　通过举例探究，发现：比的前项和后项同时乘或除以相同的数（0除外），比值不变。

方法总结

比的前项和后项同时乘或除以相同的数（0除外），比值不变，这叫做比的基本性质。

知识点2 化简比

问题呈现 （1）“神舟”五号搭载了两面联合国旗，一面长15cm，宽10cm，另一面长180cm，宽120cm。这两面联合国旗长和宽的最简单的整数比分别是多少？［教材50页例1（1）］

（2）把下面各比化成最简单的整数比。［教材51页例1（2）］

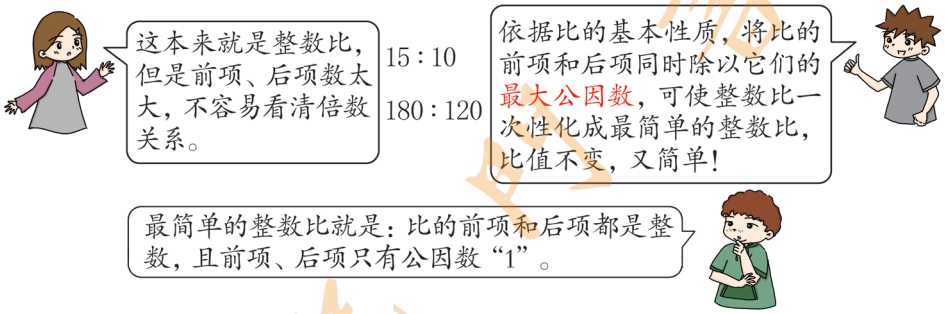
$\frac{1}{6}:\frac{2}{9}$　　$0.75:2$

解决问题

理解题意　（1）小题中给出了两面联合国旗的长和宽，要求分别写出其长和宽的最简单的整数比。

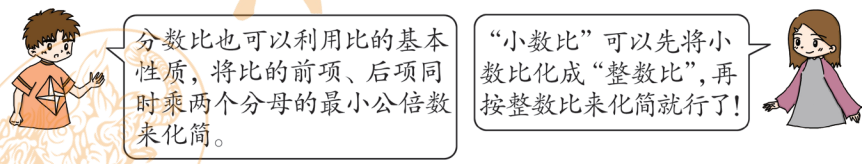
（2）小题中给出了一个分数比和一个小数与整数的比，也要求化简成最简单的整数比。

方法探究　（1）两面联合国旗长和宽的比分别是：



（2）把下面各比化成最简单的整数比。

$\frac{1}{6}:\frac{2}{9}$　　$0.75:2$



规范解答　（1）$15:10=(15\div5):(10\div5)=3:2$

$180:120=(180\div60):(120\div60)=3:2$

（2）$\frac{1}{6}:\frac{2}{9}=\left(\frac{1}{6}\times18\right):\left(\frac{2}{9}\times18\right)=3:4$

$0.75:2=(0.75\times100):(2\times100)=75:200=3:8$

方法总结

1. 整数比的化简方法：把比的前项和后项同时除以它们的最大公因数。

2. 分数比的化简方法：把比的前项和后项同时乘分母的最小公倍数，变成整数比，再进行化简。

3. 小数比的化简方法：把比的前项和后项的小数点先同时向右移动相同的位数，转化成整数比，再化简。

易错易混剖析

例题 化简比。

$\frac{1}{3}:\frac{1}{6}$　　1.2kg ∶ 750g

错误解答 $\frac{1}{3}:\frac{1}{6}=2$　1.2kg ∶ 750g = 1.2 ∶ 750 = 12 ∶ 7500 = 1 ∶ 625

错误分析 第一小题混淆了“化简比”和“求比值”；第二小题忽略了单位不同。

正确解答 $\frac{1}{3}:\frac{1}{6}=\left(\frac{1}{3}\times 6\right):\left(\frac{1}{6}\times 6\right)=2:1$

1.2kg ∶ 750g = 1200g ∶ 750g = 1200 ∶ 750 =（1200÷150）∶（750÷150）= 8 ∶ 5

规避策略

化简比最终的结果仍是一个比，只是数略小而已！当有单位的数量比较时，必须先化成相同的单位，再化简。

教材习题选讲

1. 教材 53 页第 7 题

甲数和乙数的比是 2 ∶ 3，乙数和丙数的比是 4 ∶ 5。甲数和丙数的比是多少？

思路导引 因为甲数∶乙数 = 2 ∶ 3，就是甲数是 2 份，乙数是 3 份。而乙数∶丙数 = 4 ∶ 5，就是乙数是 4 份，丙数是 5 份。由此可知乙数是中间量，可以根据比的基本性质把两个比中的乙数变为相同的份数，先求出甲、乙、丙三个数之间的比，再求出甲、丙两数的比。

甲　乙　丙

甲∶乙 = 2 ∶ 3 = 8 ∶ 12

乙∶丙 = 4 ∶ 5 = 12 ∶ 15

8 ∶ 12 ∶ 15

规范解答 甲数∶乙数 = 2 ∶ 3 =（2×4）∶（3×4）= 8 ∶ 12

乙数∶丙数 = 4 ∶ 5 =（4×3）∶（5×3）= 12 ∶ 15

甲数∶丙数 = 8 ∶ 15

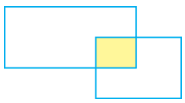
答：甲数和丙数的比是 8 ∶ 15。

2. 教材 53 页第 8 题

有一个两位数，十位上的数和个位上的数的比是 2 ∶ 3。十位上的数加上 2，就和个位上的数相等。这个两位数是多少？

3. 教材 53 页思考题

两个长方形重叠部分的面积相当于大长方形面积的 $\frac{1}{6}$，相当于小长方形面积的 $\frac{1}{4}$。大长方形和小长方形的面积的比是多少？



思路导引 大长方形面积包含 6 个重叠部分的面积，小长方形面积包含 4 个重叠部分的面积。

规范解答 解法一：设重叠部分面积为 1。

$\left(1\div\frac{1}{6}\right):\left(1\div\frac{1}{4}\right)$

= 6 ∶ 4

= 3 ∶ 2

解法二：设重叠部分的面积为 a。

$6a:4a$

= 6 ∶ 4

= 3 ∶ 2

答：大长方形和小长方形的面积之比是 3 ∶ 2。

小考真题精讲

例题 龙一鸣和淘淘从学校骑车去文化宫，龙一鸣要 4 分钟，淘淘要 5 分钟，他们的速度比是多少？

思路导引 要求“速度比”，必须从“时间”入手，找到两人“速度”各是多少，再写出“速度比”。

规范解答 龙一鸣的速度：$1\div4=\frac{1}{4}$　　淘淘的速度：$1\div5=\frac{1}{5}$

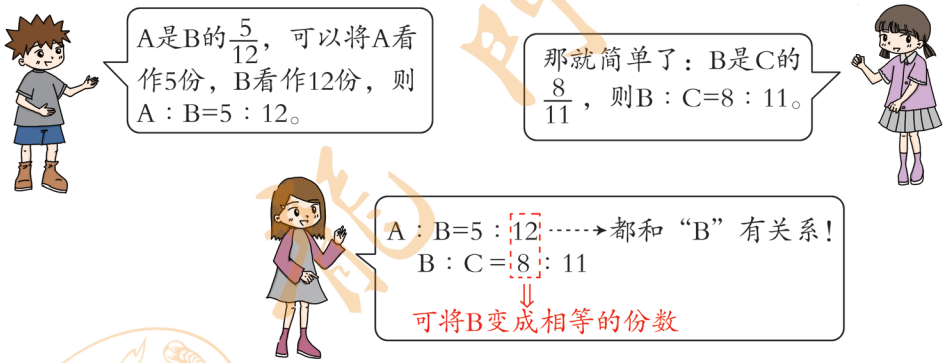
龙一鸣与淘淘的速度比是 $\frac{1}{4}:\frac{1}{5}=5:4$

课后拓展

能力点 运用找中间量的方法解决连比问题

例题 A 是 B 的 $\frac{5}{12}$，B 是 C 的 $\frac{8}{11}$，求这三个数的比。

思路导引 告诉了量与量之间是“两个量”之间的关系，但如何得到三个数的比呢？不妨来运用“找中间量”的方法帮助解决。



规范解答

$A:B=5:12$　　$B:C=8:11$

$=(5\times2):(12\times2)$　　$=(8\times3):(11\times3)$

$=10:24$　　$=24:33$

B 的份数相同了

则 $A:B:C=10:24:33$

难点解读

解决此类问题时，找到与其余两个量都有关系的“中间量”，使它在与另两个量形成的比中的份数相同再去比。

秘招小练

能力练

1. 把下面各比化成最简单的整数比。

120 ∶ 30　　$0.6m^2$ ∶ $24dm^2$　　$\frac{5}{8}$ ∶ 0.5

2. 填空。

（1）A 与 B 的 $\frac{3}{14}$ 相等，A ∶ B =（　　）∶（　　）；A 比 B 多 $\frac{1}{3}$，A ∶ B =（　　）∶（　　）。

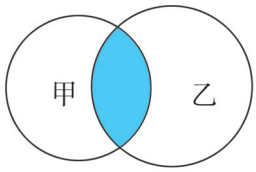
（2）15 ÷（　　）= 3 ∶ 4 =（　　）∶ 36 = $\frac{36}{(\quad)}$ =（　　）（填小数）。

（3）（真题）在 9 ∶ 7 中，如果前项增加 18，要使比值不变，后项应该增加（　　）。

3.（真题）一份稿件，甲要 3 小时打完，乙要 5 小时打完。甲和乙的工作效率比是多少？（结果化成最简单的整数比）

拓展练

4. 下图阴影部分的面积占甲圆面积的 $\frac{2}{5}$，占乙圆面积的 $\frac{1}{3}$，甲、乙两圆的面积比是多少？



5. 甲数是乙数的 $\frac{2}{3}$，乙数是丙数的 $\frac{5}{4}$，三数的比是多少？

链阅读

第 3 课时　比的应用

学习目标

知识要点：

1. 理解按比分配的意义，了解这类问题的特点。
2. 掌握按比分配问题的不同解法，体验解法的多样化。

忆记旧新知

重点　按比分配问题的特点及解题方法。

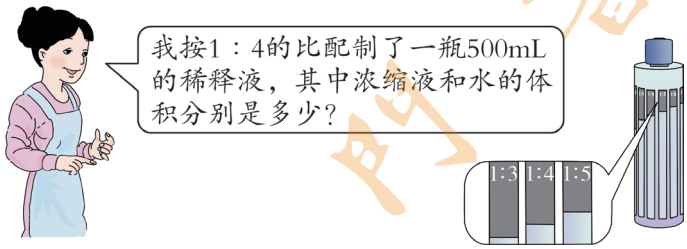
难点　按比分配的不同解法的灵活运用。

课堂点拨

教材例题解析

知识点　按比分配问题的解题方法

问题呈现　这是某种清洁剂浓缩液的稀释瓶，瓶子上标明的比表示浓缩液和水的体积之比。按照这些比，可以配制出不同浓度的稀释液。（教材 54 页例 2）

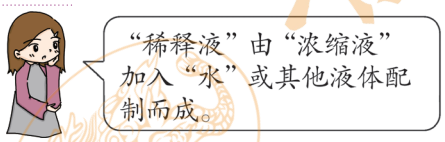


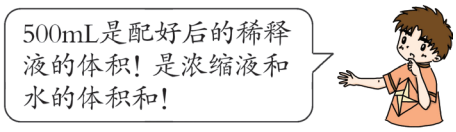
解决问题

阅读与理解　（1）信息提示：按照 1 ： 4 的比，配制了一瓶 500mL 的稀释液。

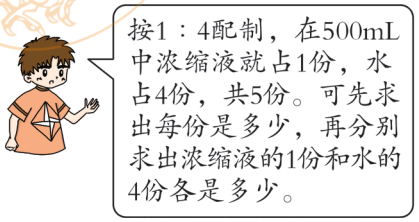
（2）问题提取：浓缩液和水的体积分别是多少。

分析与解答

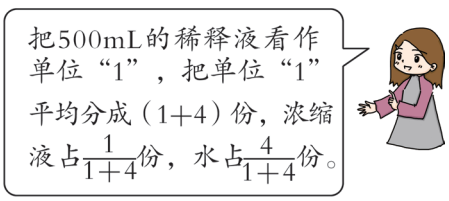




方法一：平均分法（把比看作份数）



方法二：转化法



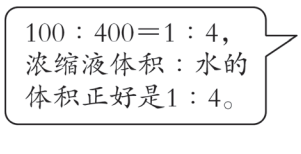
规范解答

方法一：总份数：4 + 1 = 5（份）
每份是：500÷5 = 100（mL）
浓缩液：100×1 = 100（mL）
水：100×4 = 400（mL）

方法二：总份数：1 + 4 = 5（份）
浓缩液：$500 \times \frac{1}{5} = 100$（mL）
水：$500 \times \frac{4}{5} = 400$(mL)

答：浓缩液有 100mL，水有 400mL。

回顾与反思



方法总结

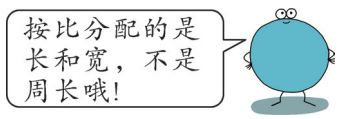
按比分配问题的解法一般有：（1）平均分法：先求出每份是多少，再求各自的数量；（2）转化法：先看每种数量占总数（单位“1”）的几分之几，再按分数乘法求出各部分的数量。

易错易混剖析

例题 王大叔家有一块长方形的菜地，这块菜地的周长是 120 米，且长与宽的比是 3 ∶ 2，这块菜地的长和宽各是多少米？

错误解答 $120 \times \frac{3}{3+2} = 72$（米） $120 \times \frac{2}{3+2} = 48$（米）

答：这块菜地的长是 72 米，宽是 48 米。



错误分析 此题错在对应关系不正确，没弄清“120 米”代表的是“两长两宽”的和。

正确解答 $120 \div 2 = 60$（米） $60 \times \frac{3}{3+2} = 36$（米） $60 \times \frac{2}{3+2} = 24$（米）

答：这块菜地的长是 36 米，宽是 24 米。

规避策略

按比分配，是将两个数量的和按比分配，而不是将和的几倍数拿来分配。

教材习题选讲

教材 56 页第 11 题

用 120cm 的铁丝做一个长方体的框架。长、宽、高的比是 3 ∶ 2 ∶ 1。这个长方体的长、宽、高分别是多少？

解难题

课后拓展

能力点 巧妙抓住“变量”与“不变量”解决比的应用问题

例题 一块铜锌合金，铜、锌的质量比是 2 ∶ 3。现在加入 6 克锌，共得到新合金 36 克。新合金的铜和锌的质量比是多少？

思路导引

“锌”的质量变了，但铜的质量没变，从“变量”中求出原来合金的总质量是36－6＝30（克）。

那就简单了，利用原合金的总质量和铜与锌的比先求出原来铜、锌各多少克，不就容易了吗？

规范解答 $36-6=30$（克） $30\times\frac{2}{2+3}=12$（克） $30\times\frac{3}{2+3}=18$（克）

$12:(18+6)=12:24=1:2$

答：新合金的铜和锌的质量比是1 ： 2。

方法总结

解决有“变量”的问题，应从“变量”中挖出“不变量”，逐步找到答案。

秘招小练

能力练

1. 填一填。

（1）一个三角形三个内角的度数比是1 ： 1 ： 2，这个三角形是（　　）三角形。

（2）六（1）班学生人数在50~60之间，男生和女生人数的比是5 ： 6，这个班有男生（　　）人，女生（　　）人。

2. 两个城市相距480km，一辆客车和一辆货车同时从这两个城市相向开出，3小时后相遇。已知客车和货车的速度比是3 ： 5，客车和货车每小时各行驶多少千米？

3.（真题）甲、乙两人共同完成一项工程。甲、乙合做6天完成工程的$\frac{2}{3}$，剩下的由乙单独做8天完成，两人共获得3000元的工资。按完成的工作量的多少分配，甲、乙各应得多少元工资？

拓展练

4. 一块锌铜合金的质量是840g，若锌与铜按1 ： 2重新熔铸，则需要再添加120g铜。这块合金中原有锌、铜各多少克？

第四单元巧巩固

复习课堂④

单元知识整理

知识模块	具体内容	考点提示
比的意义	1. 比的意义：两个数的比表示两个数相除。 2. 比的各部分名称： 4 ： 8 ＝ 0.5 前项 比号 后项 比值 3. 比与分数、除法的关系： （1）联系：比的前项相当于分数的分子、除法中的被除数；比号相当于分数的分数线、除法中的除号；比的后项相当于分数的分母、除法中的除数；比值相当于分数的分数值、除法中的商。 （2）区别：比表示两个数量的倍数关系，分数是一个数，除法是一种运算。	1. 比常表示两个数量之间的倍数关系。 2. 两个不同类数量的比可以表示一个新的数量，如：路程：时间＝速度。 3. 比值可用分数表示，也可用整数或小数表示。
比的基本性质	1. 比的基本性质：比的前项和后项同时乘或除以相同的数（0除外），比值不变。 2. 化简比：把比化成最简单的整数比。 （1）整数比的化简方法：比的前项和后项同时除以它们的最大公因数。 （2）分数比的化简方法：比的前项和后项同时乘它们分母的最小公倍数，转化为整数比，再化简。 （3）小数比的化简方法：先用恰当的方法将小数比转化为整数比，再化简。	1. 化简比利用的就是比的基本性质，化简后比值不变。 2. “化简比”与“求比值”不同，“化简比”是将比化成比值不变的最简单的整数比，仍是一个比，但“求比值”得到的是一个数。
比的应用	按比分配问题的解题方法： 方法一：先求出总份数，再求出各部分量占总量的几分之几，最后求出各部分量。 方法二：先求出每份是多少，再用每份量乘各部分量所占的份数，求出各部分量。	按比分配可转化为分数的乘除法问题来解决。

单元复习方法

单元易错易混题选讲

考点 1 比的意义

例 1 有两个正方形，大正方形的边长是 4cm，小正方形的边长是 3cm。

（1）大正方形与小正方形的周长比是（　　），比值是（　　）。

（2）大正方形与小正方形的面积比是（　　），比值是（　　）。

思路导引 题中给出了大、小正方形的边长，要求大正方形与小正方形的周长比和面积比分别是多少，比值是多少。我们必须分别算出各自的周长和面积分别是多少，再写成比的形式，并求出比值。

规范解答 （1）4 ∶ 3　　$\frac{4}{3}$　　（2）16 ∶ 9　　$\frac{16}{9}$

方法总结

正方形之间的周长比就是它们的边长比，面积比就是它们的“边长的平方比”；“两个数的比”一般用“比号的形式”表示，而“比值”则是一个数，可以是分数，也可以是小数或整数。

考点 2 利用比的基本性质化简比

例 2 化简比：1 ∶ 0.2

思路导引 题目要求利用比的基本性质化简比。化简的结果应是最简单的整数比，许多同学化简成“10 ∶ 2”就结束了，其实“10”与“2”之间除了 1 以外还有公因数“2”，所以不属于最简单的整数比，还需要继续化简。

规范解答 1 ∶ 0.2 =（1×10）∶（0.2×10）= 10 ∶ 2 =（10÷2）∶（2÷2）= 5 ∶ 1

方法总结

化简比的最终结果是比的前项和后项都是整数，且它们的公因数只有“1”。

单元方法题选讲

考点 1 比的应用中的和差问题

例 1 三个小组的同学采集树种，三个小组采集树种的质量比是 5 ∶ 3 ∶ 4。第一小组比第二小组多采集 12 千克，三个小组一共采集了多少千克树种？

思路导引 题中给出了三个小组采集树种的质量比为 5 ∶ 3 ∶ 4，还告诉了第一小组比第二小组多采集 12 千克。结合“比”可知：第一小组比第二小组所占的份数多 5 − 3 = 2（份），那么可以想：“12 千克”对应着“2 份”，从而可以算出每份是 12 ÷ 2 = 6（千克），知道了每份是多少千克，要求三个小组一共采集多少千克，用每份数乘总份数就可以了。

规范解答 12 ÷（5 − 3）= 6（千克）　　6 ×（5 + 3 + 4）= 72（千克）

答：三个小组一共采集了 72 千克树种。

方法总结

充分根据题中的信息和数据，找到“数量”对应的“份数”，运用它们之间的“和差”关系，找到解决问题的突破口。

考点 2 利用转化法解决稍复杂的“比的应用”问题

例 2 苹苹看一本书，已看页数与未看页数的比是 3 ∶ 2。如果再看 20 页，已看页数和未看页数的比就是 2 ∶ 1 。求这本书的总页数。

思路导引 根据分数与比的关系，可以把本题转化为分数问题来解决。这本书的总页数是个不变量，转化过程中将它看作单位“1”，已看页数与未看页数的比是 3 ∶ 2，即已看的占 3 份，未看的占 2 份，已看的为总页数的 $\frac{3}{3+2}$。再看 20 页，已看页数多了，它们的份数也变了，此时已看页数占总页数的 $\frac{2}{1+2}$。已看页数从占总页数的 $\frac{3}{3+2}$ 增加到 $\frac{2}{1+2}$，说明 20 页相当于总页数的 $\left(\frac{2}{1+2}-\frac{3}{3+2}\right)$。单位“1”的量未知，根据“已知量 ÷ 已知量占单位‘1’对应的几分之几＝单位‘1’的量”，即可求出这本书的总页数。

规范解答 $20\div\left(\frac{2}{1+2}-\frac{3}{3+2}\right)=300$（页）

答：这本书的总页数是 300 页。

方法总结

在把关于比的问题转化为分数问题时，通常把题中的不变量看作单位“1”。

第四单元重点考题

1. 填一填。

（1）六（1）班有男生 20 人，女生 30 人，男生人数与女生人数的比是（　　），男生人数与总人数的比是（　　）。

（2）$5m^2$ ∶ $50dm^2$ 化成最简单的整数比是（　　），比值是（　　）。

（3）3 ∶ 8 ＝（　　）÷24 ＝ 24 ÷（　　）

（4）$A\times\frac{1}{5}=B\times\frac{1}{3}$（A、B 均不为 0），A ∶ B ＝（　　）∶（　　）。

（5）3 ∶ 8 的前项增加 6，要使比值不变，比的后项应增加（　　）。

2. （真题）淘淘和壮壮在学校环形跑道上跑步，淘淘和壮壮跑步的速度比是 7 ∶ 9。他俩从同一地点出发反方向跑步，当他俩第一次相遇时，壮壮比淘淘多跑了 50 米。学校环形跑道长多少米？

3. 走同一段路，苹苹要 5 分钟，依依要 8 分钟，她们的速度比是多少？（请用最简单的整数比表示）

4. 一个长方形的周长是 88cm，它的长和宽的比是 7 ∶ 4。这个长方形的面积是多少？

5.（真题）“六一”儿童节，南京路小学表演足球操。表演足球操的同学有低、中、高年级共 680 人。低年级人数比中年级少 $\frac{1}{2}$，中年级与高年级人数的比是 3 ∶ 4。高年级有多少同学表演足球操？

五、圆

1. 圆的认识

学习目标

知识要点：

忆旧知 记新知

1. 会用圆规和直尺绘制与圆有关的图案。

2. 能根据圆的基本特征理解同圆或等圆中半径和直径的关系；了解圆的对称性。

重点 掌握圆的基本特征。

难点 理解同圆或等圆中半径与直径的关系及圆的对称性。

课堂点拨

教材例题解析

知识点 1 圆的认识和用圆规画圆

问题呈现 从奇妙的自然界到文明的人类社会，从精巧的手工艺品到气势宏伟的各种建筑……到处都可以看到大大小小的圆。（教材 57 页）

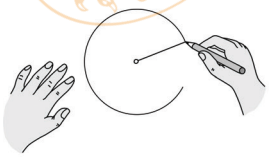
你能想办法在纸上画一个圆吗？

解决问题

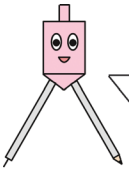
理解题意 题目中给出了四张图片，观察可知：图片上的物体都是圆形的。那么怎样画出一个圆呢？这是我们需要解决的问题。

方法探究

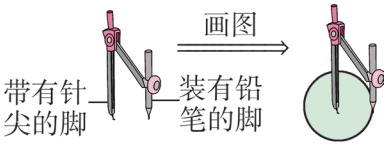
我们可以借助实物画圆：如用茶杯盖画圆法，画法是将圆形物体放在纸上固定不动，用铅笔沿图形边缘描一周，就画出一个圆了。（如右图）



还可以用系绳画圆法：即用一根没有弹性的细线和一支铅笔画圆。将细线的一端固定，另一端系在铅笔上，用铅笔将细线拉直并绕这个固定点旋转一周，就画出了一个圆。（如左图）



用“我”——圆规，来画圆更简单：两脚分开，定好两脚之间的距离，固定带针尖的一端，把装有铅笔的脚旋转一周，就画成了一个圆！（如右图）



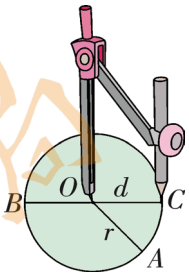
规范解答　画圆的方法有多种，如：借助实物上的圆来画圆、系绳画圆、用圆规画圆。

方法总结

用圆规画圆的一般方法：定好两脚之间的距离→定好针尖的那一脚→旋转装铅笔的那一脚。

知识点 2　圆的各部分名称

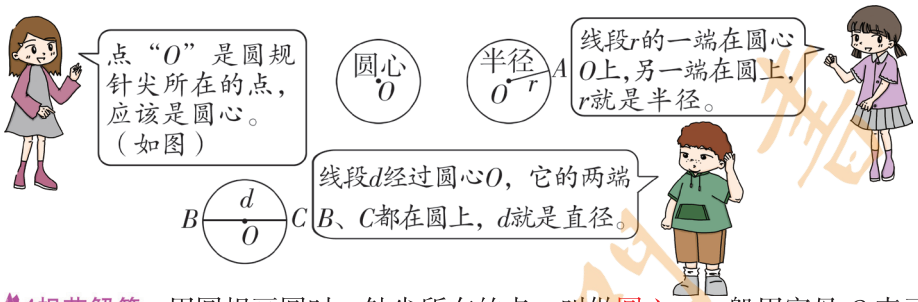
问题呈现　观察右图，认识一下圆的各部分名称。（教材 58 页）



解决问题

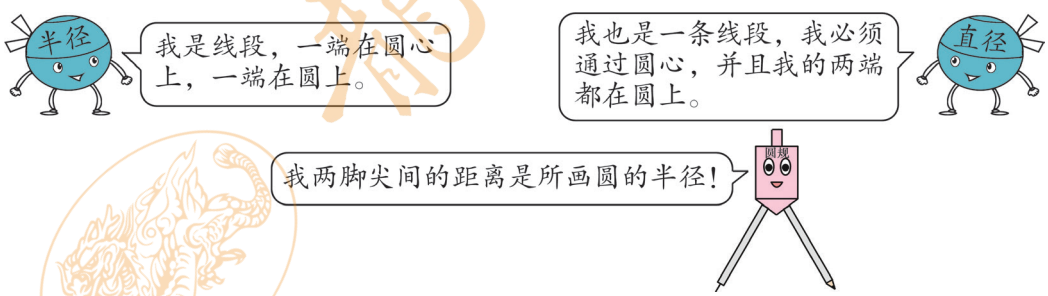
理解题意　图中显示用圆规画一个圆，并在圆中有一些用字母表示的点和线段，它们各是什么呢？这是我们需要探究的。

方法探究



规范解答　用圆规画圆时，针尖所在的点，叫做圆心，一般用字母 O 表示。连接圆心和圆上任意一点的线段叫做半径，一般用字母 r 表示，半径的长度就是圆规两个脚之间的距离。通过圆心并且两端都在圆上的线段叫做直径，一般用字母 d 表示。

方法总结



知识点 3　半径、直径的特点和关系

问题呈现　用圆规画几个不同大小的圆，剪下来，沿着直径折一折，画一画，量一量，会有什么发现？（教材 58 页）

解决问题

理解题意　题中要求画几个不同大小的圆，剪下后折一折，画一画，量一量，看有什么发现。

方法探究　（1）折一折。

把圆沿任何一条直径对折，如下图：

反复折，结果相同：把圆沿任何一条直径对折，两边都可以重合。

说明：圆是轴对称图形，直径所在的直线就是圆的对称轴，圆有无数条对称轴。

（2）画一画。

①在一个圆中任意画它的半径（如左下图），发现可以画出无数条半径。

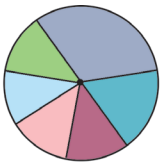
②在一个圆中任意画它的直径（如右上图），发现也可以画出无数条直径。

在一个圆内任意画它的半径，发现有无数条；任意画直径，也有无数条。

说明一个圆里的半径有无数条，直径有无数条。

（3）量一量。

在两个大小相等的圆中，分别画出半径和直径，并分别测量出它们的长度。



量了圆内的好几条半径和直径的长度，发现半径的长度都是直径的一半。

还发现每个圆中，所有的半径都相等，所有的直径都相等。

我还发现圆心确定了，圆的中心位置就确定了，半径确定了，圆的大小就确定了耶！

规范解答 折一折，发现圆是轴对称图形，它有无数条对称轴；

画一画，发现一个圆里的半径有无数条，直径有无数条。

量一量，在同圆或等圆中，所有的半径都相等，所有的直径都相等，且圆的半径等于直径的一半，还发现圆心决定圆的位置，半径决定圆的大小。

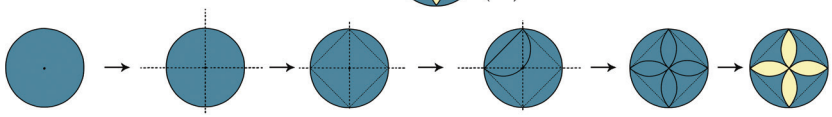
巧学巧记

圆的认识并不难，心径特征要记牢，
圆心这点定位置，大小两径说了算，
直径半径都无数，圆心圆上线段连，
直径为兄半径弟，兄长弟短二倍牵。

知识点 4 用圆规和直尺设计图案的方法

问题呈现 用圆可以设计许多漂亮的图案。下面的图形就是用圆规和直尺一步一步画出来的。 （教材 59 页）

(一)



请你试着用圆规和直尺画一画下面的图形。

解决问题

理解题意 题中将图案（一）的画图步骤和画法一步一步地展示给我们，要求我们学着上面的方法，用圆规和直尺试着画一画下面的两个图形。

方法探究

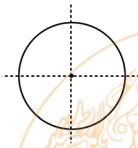
画图前先观察图形的特点：图案（一）是由一个大圆和4个相等的小半圆组合而成，图形中的黄色部分是4个小半圆的重叠部分。

弄清图案（一）特点后，分六步完成：画圆→画两条互相垂直的直径→连接两条直径在圆上的四个点成一个正方形→以正方形的边长为直径画半圆→依次画四个半圆→最后形成图案（一）。

要画下面的两个图形同样先观察各图形的特点，看各自是怎样组成的，再动手画！

规范解答 画左图的步骤和方法。

第一步

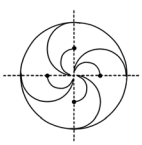


画一个大圆，并画出两条互相垂直的对称轴。

第二步

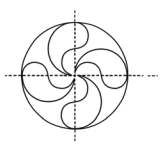
以这两条对称轴上大圆的半径为直径画出4个大半圆。

第三步



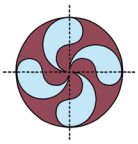
以大半圆的圆心和大圆圆心之间的距离为直径画出4个小半圆。

第四步



以大半圆另一侧的半径为直径再画出4个小半圆。

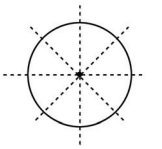
第五步



去掉多余部分并涂色。

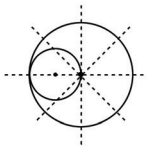
右图的画法及步骤。

第一步



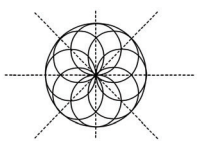
画一个大圆，并沿西—东、北—南、西北—东南、东北—西南走向分别画4条对称轴。

第二步



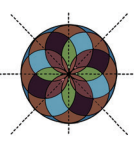
以这4条对称轴上的大圆的半径为直径画1个小圆。

第三步



以大圆其他7条半径为直径分别画出7个小圆。

第四步



去掉多余部分并涂色。

方法总结

用圆规和直尺设计图案的方法：（1）观察图形的特点；（2）用圆规和直尺一步一步画图；（3）去掉多余的线条并涂色。

易错易混剖析

例题 判断：直径是半径的 2 倍。（√）

错误分析 半径与直径的关系是在“同一圆内”或“等圆”中才成立，此题错在对直径和半径的关系理解不到位。

正确解答 ×

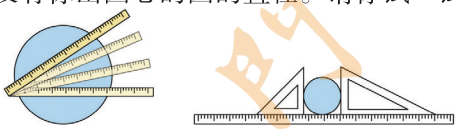
规避策略

正确理解半径和直径的关系，只有在“同圆”或“等圆”中这一关系才成立。

教材习题选讲

教材 60 页第 3 题

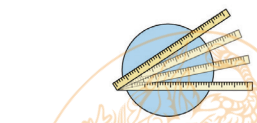
用下面的方法可以测量没有标出圆心的圆的直径。请你试一试。



思路导引

直径是连接圆上任意两点最长的线段 → 找到一条直径 → 用直尺测量出直径的长度

规范解答



把尺子的一端固定在圆上的一点，移动尺子的另一端，测量出圆内最长的线段，就是圆的直径。

用垂直于直尺的两个三角板夹住圆，从刻度尺上量出圆内最长的线段，就是圆的直径。

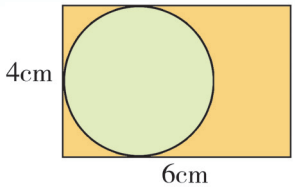
方法总结

根据“直径是圆内最长的线段”，可以测量没有标出圆心的圆的直径。

小考真题精讲

例题 在一个长 6cm、宽 4cm 的长方形里，剪下一个最大的圆，这个圆的直径和半径各是多少？

思路导引 要剪下一个最大的圆，只能以“长方形的宽”作为圆的直径。



规范解答　圆的直径：4cm，（即长方形的宽）　圆的半径：4÷2 = 2（cm）
答：这个圆的直径是4cm，半径是2cm。

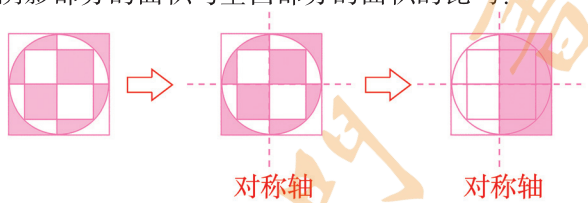
方法总结

以原图形的“短边”为直径，剪出的圆就是可以剪成的最大的圆。

课后拓展

能力点　利用平移和旋转的方法巧解图形题目

例题　你能知道下图中阴影部分的面积与空白部分的面积的比吗？



思路导引　先画出这个正方形的一条对称轴，然后把对称轴左侧的阴影部分与对称轴右侧相对应的空白部分进行互换（如上图），从图中可知阴影部分的面积与空白部分的面积相等。

规范解答　阴影部分的面积与空白部分的面积的比是1 ∶ 1。

方法总结

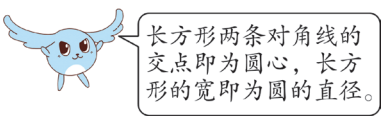
在解答此类题时，有时无法求出所需要图形的面积，就结合图形的对称性进行移动转换，寻找解题途径。

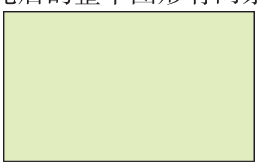
秘招小练

能力练

1. 填一填。
（1）李叔叔用一根绳子画一个直径10米的圆，这根绳子至少长（　　）米。
（2）半径决定圆的（　　）；（　　）决定圆的位置。
（3）在长8厘米、宽6厘米的长方形中画一个最大的圆，圆的半径是（　　）厘米。
（4）两端都在圆上的所有线段中，（　　）最长。

2.（真题）在右面的长方形中画一个最大的圆，并使画完后的整个图形有两条对称轴。

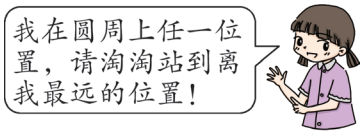




3. 淘淘该站在圆的什么位置上？为什么？

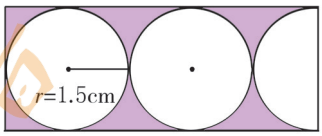
（1）

黄霏霏

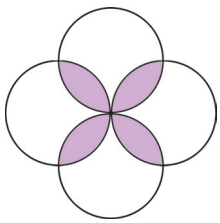
（2） 

依依

4. 求下面图形中的长方形面积。

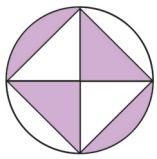


5. 利用圆规和三角板，你能画出下面这个美丽的图案吗？试试看。



拓展练

6. 求出下面图形中空白部分的面积与阴影部分的面积的比。



2. 圆的周长

学习目标

知识要点：

1. 理解圆的周长的意义，经历圆周率的探索过程，理解圆周率的意义。
2. 理解并掌握圆的周长的计算公式，并能运用公式解决与圆的周长有关的实际问题。

忆旧知 记新知

重点 掌握圆的周长计算公式。

难点 理解圆周率的意义。

课堂点拨

教材例题解析

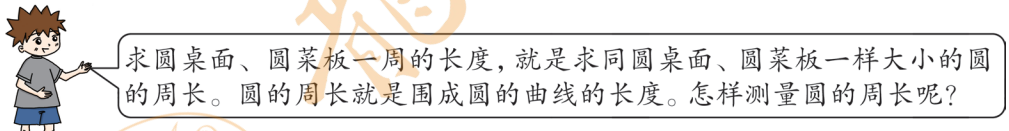
知识点 1 圆的周长的意义及测量方法

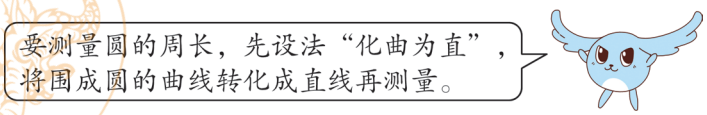
问题呈现 （教材 62 页）

解决问题

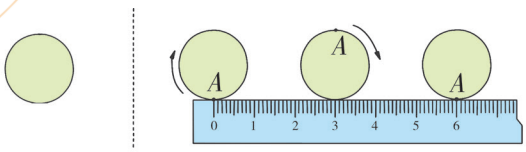
理解题意 要在圆桌和圆形菜板的边缘箍上一圈铁皮，求分别需要多长的铁皮，实际上就是求圆桌面、圆菜板一周的长度。

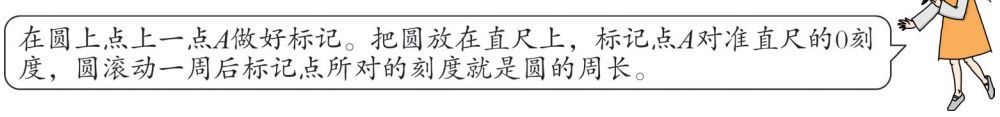
方法探究



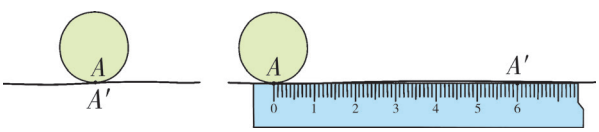


方法一：滚动法。





方法二：绕绳法。



把一根没有弹性的线或绳的一点对准圆上的标记点A，并将线或绳绕圆一周回到标记点A（A'）处，然后拉直线或绳，测出A、A'两点之间的长度，就是这个圆的周长。

方法三：直接测量法。

用卷尺或皮尺直接绕物体一周进行测量。

规范解答 要知道需要多长的铁皮，拿出实际物体，按上面的 3 种方法求出周长即可。

方法总结

围成圆的曲线的长度是圆的周长。测量周长的方法一般有：滚动法、绕绳法、直接测量法。

知识点 2 圆周率的意义

问题呈现 让我们来做一个实验：找一些圆形的物品，分别量出它们的周长和直径，并算出周长和直径的比值，把结果填入下表中，看看有什么发现。 （教材 63 页）

物品名称	周长	直径	$\frac{\text{周长}}{\text{直径}}$的比值（保留两位小数）

解决问题

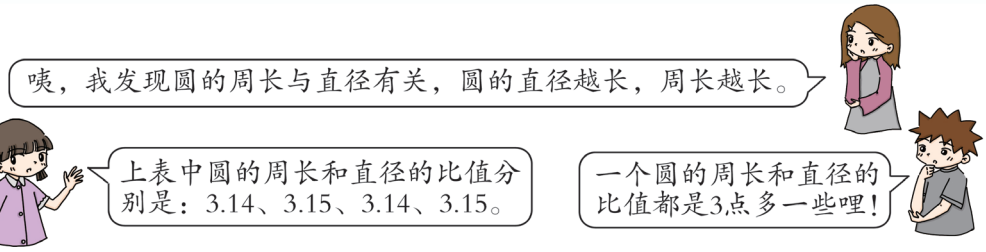
理解题意 题目要求测量出几种圆形物品的周长和直径，需解决的问题是：算出这几种圆形物品的周长和直径的比值。

方法探究 任选 4 个圆形物品，测出周长与直径，算出比值，完成上表。

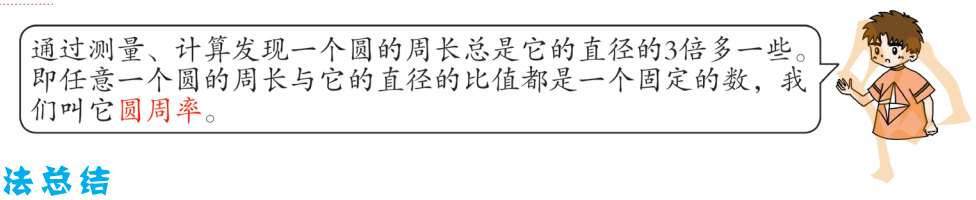
物品名称	周长	直径	$\frac{\text{周长}}{\text{直径}}$的比值（保留两位小数）
圆形杯盖	34.5cm	11cm	3.14
圆形纸片	31.5cm	10cm	3.15
圆形透明胶	25.4cm	8.1cm	3.14
圆形瓶盖	9.45cm	3cm	3.15

对比观察各物品的直径和周长。

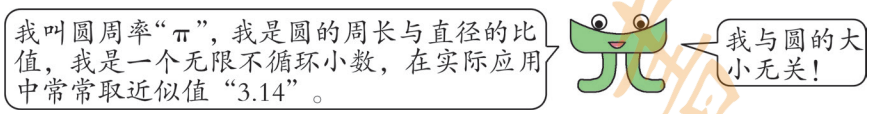
直径：11cm>10cm>8.1cm>3cm　　周长：34.5cm>31.5cm>25.4cm>9.45cm



规范解答



方法总结



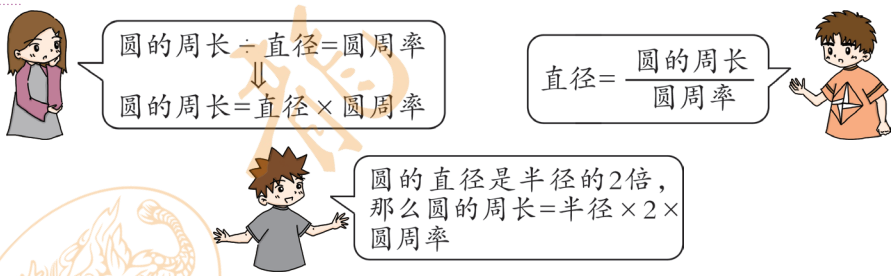
知识点 3　圆的周长计算公式

问题呈现　圆的周长与直径的比值都是“π”，那圆的周长计算公式是什么呢？

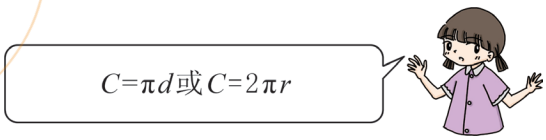
解决问题

理解题意　通过操作、计算知道圆的周长与直径的比值是“π”，利用这个关系，可否推出圆的周长的计算公式呢？

方法探究

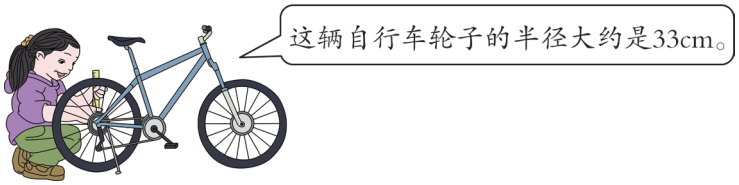


规范解答　圆的周长＝直径 × 圆周率　　直径＝圆的周长 ÷ 圆周率



知识点 4　圆的周长公式的应用

问题呈现　这辆自行车轮子转 1 圈，大约可以走多远？（结果保留整米数）小明家离学校 1km，骑车从家到学校，轮子大约转了多少圈？　（教材 64 页例 1）



解决问题

理解题意 题中告诉了自行车轮子的半径和小明家离学校的距离为 1km。要求骑车从家到学校，轮子大约转了多少圈。

方法探究

轮子大约转几圈，必须先知道轮子转一圈大约走多远。也就是先要知道轮子的周长。

那就是跟轮子的周长有关呗！转几圈，就是看1km里面有几个轮子的周长。

规范解答

$C = 2\pi r$

$2 \times 3.14 \times 33$

$= 207.24$（cm）

≈ 2（m）

$1\text{km} = 1000\text{m}$

$1000 \div 2 = 500$（圈）

答：这辆自行车轮子转 1 圈，大约可以走 2m。骑车从家到学校，轮子大约转了 500 圈。

方法总结

1. 要求圆的周长，必须先知道圆的半径或直径，再运用公式计算。
2. 自行车轮子的转数＝自行车所行路程 ÷ 自行车轮子的周长。

易错易混剖析

例题 判断：因为圆的周长总是它的直径的 3 倍多一些，所以 $\pi = 3.14$。（√）

错误分析 圆周率是一个无限不循环小数，$\pi = 3.1415926\cdots\cdots$所以 $\pi \approx 3.14$。

正确解答 ×

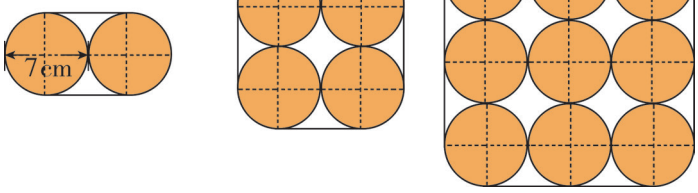
规避策略

圆周率是一个无限不循环小数，在实际应用中常常取它的近似值，不能说 π 等于 3.14。

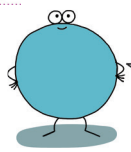
教材习题选讲

教材 66 页第 11 题

把圆柱形物体分别捆成如下图（从底面方向看）的形状，如果接头处不计，每组至少需要多长的绳子？你发现了什么？



思路导引



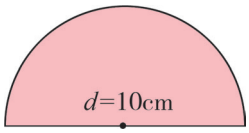
观察发现：捆圆柱形物体的最少绳长与一个圆的周长和圆的若干条直径之和有关系！

规范解答 $3.14\times7+7\times2=35.98$（cm） $3.14\times7+7\times4=49.98$（cm）
$3.14\times7+7\times8=77.98$（cm）

方法总结

小考真题精讲

例题 计算下面图形的周长。



难点解读
圆周长的一半≠半圆的周长
半圆的周长＝圆周长的一半＋直径

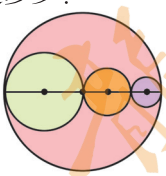
思路导引 这个图形是个半圆形，周长应该是圆的周长的一半加上一条直径的长度。

规范解答 $3.14\times10\div2+10=25.7$（cm）

课后拓展

能力点 运用分析法巧解周长问题

例题 如图，一个周长为 20cm 的大圆内有 3 个小圆，这些小圆的圆心都在大圆的一条直径上，小圆的周长之和是多少？



难点解读
所有小圆的直径和等于大圆的直径，所以大圆周长等于小圆周长之和！

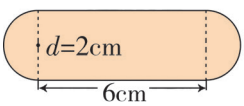
思路导引 设大圆的半径为 $r$cm，小圆的半径分别为 $r_1$cm、$r_2$cm、$r_3$cm，则 $r_1+r_2+r_3=r$。
小圆的周长之和＝$2\pi r_1+2\pi r_2+2\pi r_3=2\pi(r_1+r_2+r_3)=2\pi r$

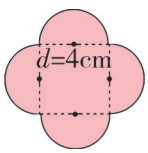
规范解答 小圆的周长之和是 20cm。

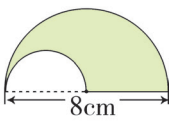
秘招小练

能力练

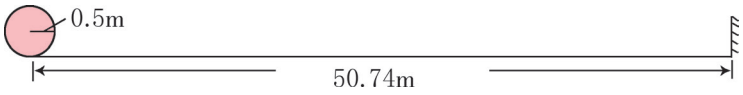
1. 求下面各图形的周长。



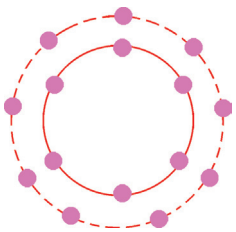




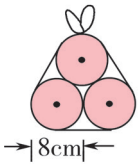
2. 地面上平放着一个圆柱形的油桶，如果将它推滚到墙边（如图），需要滚动多少周？

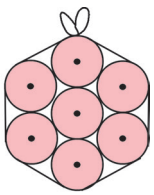


3. （真题）元旦那天，6 位朋友均匀地围坐在圆桌旁共度佳节。圆桌的半径为 60 cm，每人离圆桌边缘的距离均为 10 cm。现在又来了 3 名客人，每人向后都挪动了相同的距离，再左右调整位置，使 9 个人都坐下，并且 9 人之间的距离与原来 6 人之间的距离（即在圆周上两人之间的圆弧的长）相等。每人向后移动了多长距离？



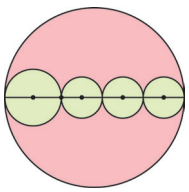
4. 万师傅把啤酒瓶分别捆成如图（从底面看）所示的形状，接头处都是 30 cm。分别至少需要多长的绳子？





拓展练

5. 大圆的直径为 20 cm，小圆的周长和是多少厘米？



3. 圆的面积

学习目标

知识要点：

1. 会用“化曲为方”的方法和“极限”的思想方法推导圆的面积计算公式。
2. 能用圆的面积公式解决相关的实际问题。

忆旧新知

重点 能运用面积公式解决实际问题。

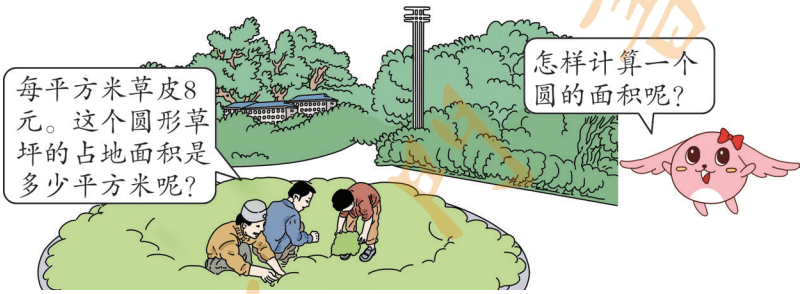
难点 理解圆的面积公式的推导过程。

课堂点拨

教材例题解析

知识点 1 圆的面积的意义和圆的面积计算公式的推导

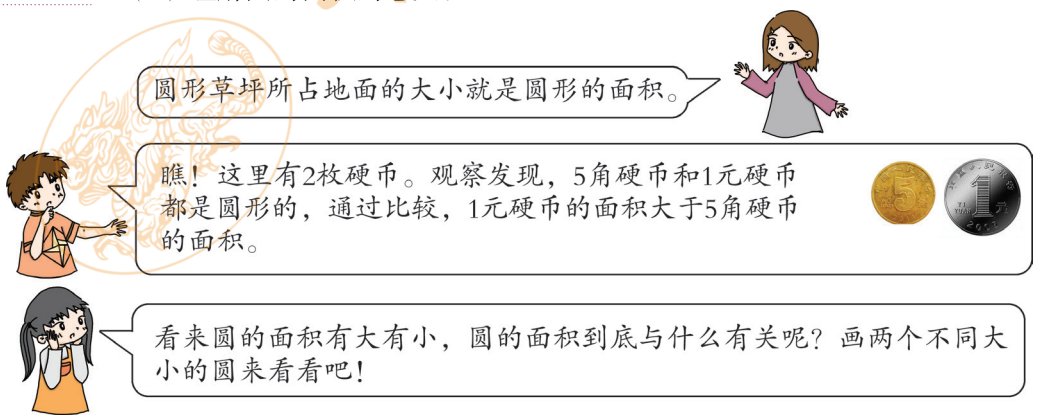
问题呈现 （教材 67 页）

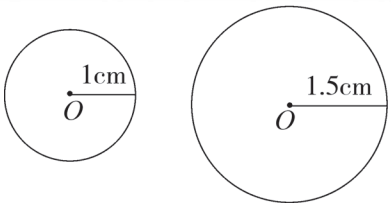


解决问题

理解题意 题中告诉了每平方米草皮 8 元。想知道这个圆形草坪的占地面积是多少，还想知道怎样计算一个圆的面积。

方法探究 （1）理解圆的面积的意义：



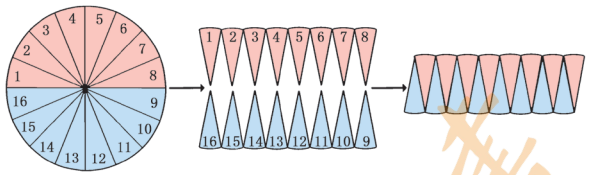


咦，观察左边两个图可以发现：选取的半径越长，画出的圆的面积就越大。看来，圆的面积好像与半径有关。

（2）圆的面积计算公式。

探索平行四边形面积计算公式时，我们利用转化思想，将它转化为长方形推导出面积计算公式。

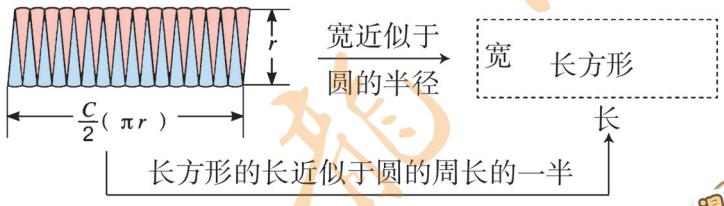
那我们也用转化思想，将圆转化为已学过的图形呗！先在硬纸上画一个圆，平均分成若干（偶数）等份，剪开后拼一拼！



分的份数越多，每一份就会越小，拼成的图形就会越接近长方形！这种数学思考方式体现了极限思想。

近似于一个长方形了耶！形状变了，面积不变！

来看看拼出的这个近似的长方形与圆之间有什么联系吧！



圆的面积=圆周长的一半（πr）×半径（r）

=

长方形的面积 = 长 × 宽

温馨提示

圆的面积很重要，
计算公式要记牢，
半径平方再乘 π，
单位名称来变换。

链阅读

规范解答 圆的面积＝ $\pi r \times r = \pi r^2$

方法总结

如果用 S 表示圆的面积，r 表示圆的半径，则 $S = \pi r^2$。

知识点 2 圆的面积计算公式的运用

问题呈现 圆形草坪的直径是 20m，每平方米草皮 8 元。铺满草皮需要多少钱？（教材 68 页例 1）

解决问题

理解题意 题中告诉了圆形草坪的直径和每平方米草皮的价格，要求铺满草皮需要多少钱。

方法探究

要求铺满草皮需要多少钱，必须先知道圆形草坪的面积是多少。

先利用公式$r=\frac{d}{2}$算出草坪的半径，再利用面积公式求出草坪的面积，最后利用“单价×数量=总价”算出价钱！

规范解答

方法一：$20\div2=10$（m）
$3.14\times10^2=314$（m^2）
$314\times8=2512$（元）

方法二：$3.14\times(20\div2)^2\times8$
$=3.14\times10^2\times8$
$=314\times8$
$=2512$（元）

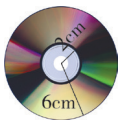
答：铺满草皮需要2512元钱。

方法总结

知道圆的直径求圆的面积，先求出半径，再运用公式$S=\pi r^2$来计算。

知识点3 圆环的面积

问题呈现 光盘的银色部分是一个圆环，内圆半径是2cm，外圆半径是6cm。圆环的面积是多少？（教材68页例2）



解决问题

理解题意 题中给出了光盘外圆和内圆的半径，求圆环的面积。

方法探究

光盘其实是一个圆环，圆环是由两个同心圆（圆心在同一个点）组成的。

求圆环的面积就是用外圆的面积减去内圆的面积呗！

小提示

求圆环的面积找准外圆、内圆半径很重要哟！

规范解答

方法一：
$3.14\times6^2-3.14\times2^2$
$=113.04-12.56$
$=100.48$（cm^2）

方法二：
$3.14\times(6^2-2^2)$
$=3.14\times32$
$=100.48$（cm^2）

答：圆环的面积是100.48cm^2。

方法总结

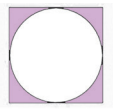
一个圆环的外圆半径为R，内圆半径为r，则$S_{圆环}=\pi R^2-\pi r^2$或$S_{圆环}=\pi(R^2-r^2)$。

知识点4 有关“外方内圆”和“外圆内方”的实际问题的解法

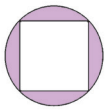
问题呈现 中国建筑中经常能见到“外方内圆”和“外圆内方”的设计。下图中的两个圆半径都是1m，你能求出正方形和圆之间部分的面积吗？（教材69页例3）

解决问题

阅读与理解（1）信息提示：左图是一个“外方内圆”的图形，右图是一个“外圆内方”的图形，两个圆的半径都是1m，把这两个实物图形转化为数学几何图，如下：



外方内圆

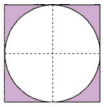


外圆内方

（2）问题提取：结合上图可知，左图求的是正方形比圆多的面积；右图求的是圆比正方形多的面积。

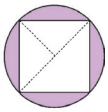
分析与解答

方法探究



将外方内圆的设计图案可以抽象为左图。观察可发现：（1）正方形的边长就是圆的直径；（2）正方形和圆之间的面积=正方形的面积−圆的面积。

外圆内方的设计图案可抽象为右图。观察可发现：圆与正方形之间的面积=圆的面积−正方形的面积。正方形边长不知道，但可将正方形看成是两个相同的三角形，三角形的底是圆的直径，三角形的高是圆的半径。



规范解答

左图：$2\times2=4\ (m^2)$

$3.14\times1^2=3.14\ (m^2)$

$4-3.14=0.86\ (m^2)$

右图：$3.14\times1^2=3.14\ (m^2)$

$2\times1\div2\times2=2\ (m^2)$

$3.14-2=1.14\ (m^2)$

答：左图中正方形与圆之间的面积是$0.86m^2$，右图中圆与正方形之间的面积是$1.14m^2$。

回顾与反思

如果两个圆的半径都是r，结果又会怎样呢？

左图：$(2r)^2-3.14\times r^2=0.86r^2$

右图：$3.14\times r^2-\left(\frac{1}{2}\times2r\times r\right)\times2=1.14r^2$

当r=1时，结果也一样。

方法总结

“外方内圆”中，正方形与圆的面积差是$0.86r^2$；“外圆内方”中，圆与正方形的面积差是$1.14r^2$。

易错易混剖析

例1 一个圆形纽扣半径为1cm，它的面积是多少？

错误解答 $3.14\times1^2=3.14\times2=6.28\ (cm^2)$

错误分析 “1^2”在计算时算成了“1×2”。

正确解答 $3.14\times1^2=3.14\times1=3.14\ (cm^2)$ 答：它的面积是$3.14cm^2$。

规避策略

$r^2 \neq 2r$，$r^2 = r \times r$，$2r = 2 \times r$。

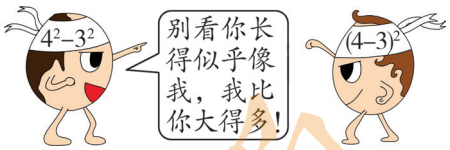
例 2　一个圆环的外圆半径是 4cm，内圆半径是 3cm。圆环面积是多少？

错误解答　$3.14 \times (4^2 - 3^2) = 3.14 \times 1^2 = 3.14 \times 1 = 3.14(cm^2)$

错误分析　计算“$4^2 - 3^2$”时当成 $(4 - 3)^2$ 了。

正确解答　$3.14 \times (4^2 - 3^2) = 3.14 \times (16 - 9)$
$= 3.14 \times 7$
$= 21.98(cm^2)$

答：圆环面积是 $21.98cm^2$。



规避策略

求圆环的面积时，算的是“平方的差”，而不是“差的平方”。

教材习题选讲

教材 74 页第 16 题

有一根绳子长 31.4m，小红、小东和小林分别想用这根绳子在操场上围出一块地。怎样围面积最大？

思路导引

围成正方形 → 正方形的边长 $= 31.4 \div 4 = 7.85(m)$ → 面积 $= 7.85 \times 7.85 = 61.6225(m^2)$

围成圆形 → 圆的半径 $= 31.4 \div 3.14 \div 2 = 5(m)$ → 圆的面积 $= 3.14 \times 5^2 = 78.5(m^2)$

也可以围成其他的四边形，如果围成长方形，长和宽的差越小，则面积越大。如长是 7.9m，宽是 7.8m，面积是 $7.9 \times 7.8 = 61.62(m^2)$。还可以围成平行四边形、三角形、梯形……但无论怎样围，都不会大于圆的面积。

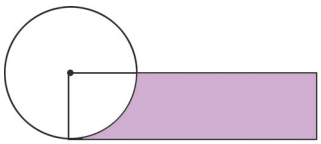
规范解答　当周长一定时，圆的面积最大，因此用这根绳子围成一个圆形时，圆的面积最大。

方法总结

当圆、长方形、正方形、梯形、平行四边形、三角形等图形的周长相等时，圆的面积最大。

小考真题精讲

例题 如下图，圆的周长是 18.84cm，圆的面积与长方形的面积相等，求阴影部分的周长。

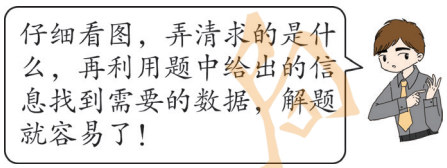


思路导引 观察可知：阴影部分的周长是由长方形的一条长、一条宽、一条长与圆的半径的差值的线段和圆周长的 $\frac{1}{4}$ 组成的。

长方形的宽就是圆的半径，所以，首先要利用圆的周长算出圆的半径；

其次利用“圆的面积与长方形的面积相等”这一信息先求出圆的面积，继而求出长方形的长。

最后将各部分的长度相加即可。



规范解答 圆的半径：$18.84\div3.14\div2=3$（cm）

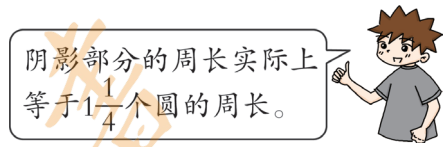
圆的面积：$3.14\times3^2=28.26$（cm^2）

长方形的长：$28.26\div3=9.42$（cm）

阴影部分的周长：$9.42+3+(9.42-3)+18.84\div4$

$=9.42+3+6.42+4.71$

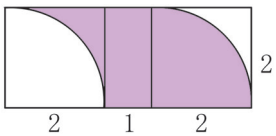
$=23.55$（cm）



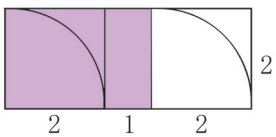
课后拓展

能力点 1 运用平移法巧求阴影部分的面积

例 1 求右图阴影部分的面积。（单位：cm）

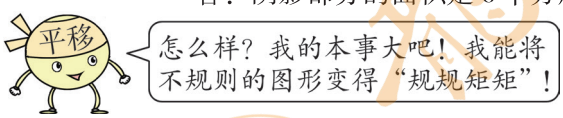


思路导引 将原图右边阴影部分（即正方形中的 $\frac{1}{4}$ 的圆），平移至左边正方形中空白处，阴影部分变成了一个长 $2+1=3$(cm)、宽 2cm 的长方形（如图）。



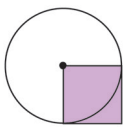
规范解答 $(2+1)\times2=6$（cm^2）

答：阴影部分的面积是 6 平方厘米。



能力点 2 巧用半径的平方求圆的面积

例 2 如图，已知正方形的面积是 $25cm^2$，求圆的面积。

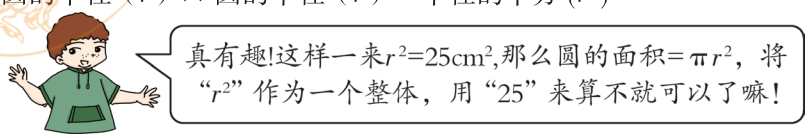


思路导引 观察发现：正方形的边长就是圆的半径。

正方形的面积＝边长 × 边长 ＝ 25（cm^2）

↓ ↓ ↓

圆的半径（r）× 圆的半径（r）＝半径的平方（r^2）



规范解答 $3.14\times25=78.5$（cm^2）　答：圆的面积是 $78.5cm^2$。

方法总结

求圆的面积时，如果知道“r^2”的值，可以把它看作一个整体，直接将它代入面积公式中计算。

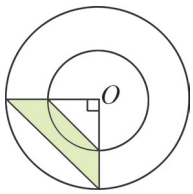
秘招小练

能力练

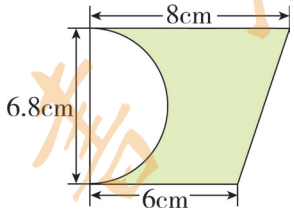
1. 我国最新研制的“鲲龙-600”水陆两栖救援飞机，它的最大救援半径达 1600 千米。它的最大救援面积是多少？

2. 计算下面图形的面积。

（1）等腰梯形（阴影部分）的面积是 60cm^2，求圆环的面积。



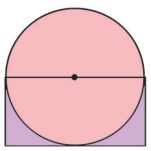
（2）求阴影部分的面积。



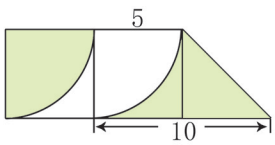
3. （真题）苹苹和依依各有一张圆形的纸片，她们把圆纸片沿半径剪成若干等份，然后分别拼成一个近似长方形，量得这两个长方形的周长分别是 41.4 cm 和 57.96 cm。这两张圆纸片的面积相差多少？

拓展练

4. 已知长方形的面积是 100cm^2，求圆的面积。



5. 求下图阴影部分的面积。（单位：厘米）



4. 扇　　形

学习目标

知识要点：

1. 认识弧、圆心角和扇形，了解扇形的基本特征。
2. 认识扇形与圆心角之间的联系，会画指定半径和圆心角的扇形。

忆旧新知

重点　理解扇形的意义，了解扇形的基本特征。

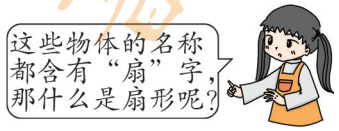
难点　认识扇形与圆心角之间的联系。

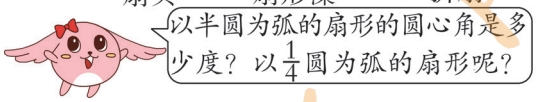
课堂点拨

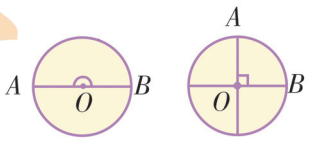
教材例题解析

知识点　认识扇形

问题呈现　（教材 75 页）



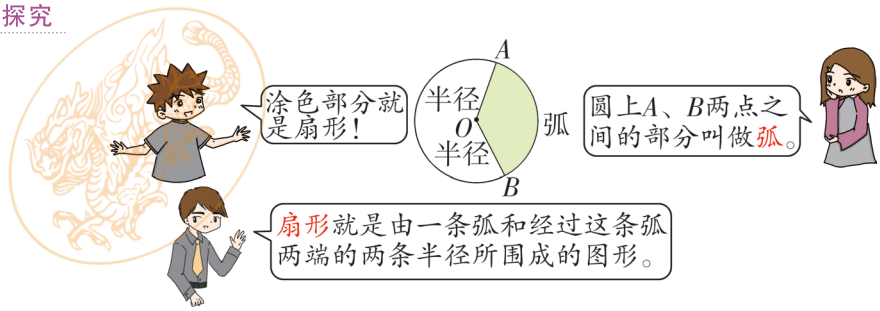


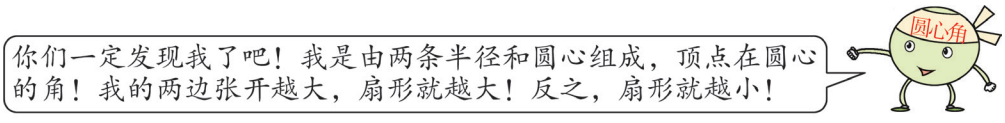


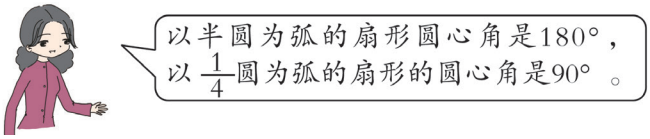
解决问题

理解题意　图中给出的物体形状都像“扇子”，它们的名字中都有一个“扇”字。可是，到底什么是扇形呢？扇形的圆心角怎么求呢？这就是我们需要探究的。

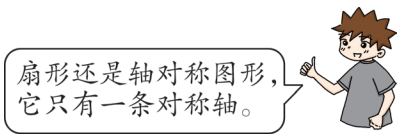
方法探究







规范解答 由一条弧和经过这条弧两端的两条半径所围成的图形叫做扇形。顶点在圆心的角叫圆心角，圆心角的大小决定扇形的大小。以半圆为弧的扇形的圆心角是 180° ，以 $\frac{1}{4}$ 圆为弧的扇形的圆心角是 90° 。

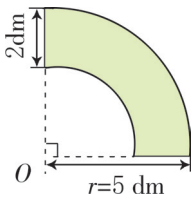


教材习题选讲

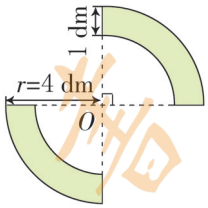
教材 76 页第 4 题部分题目

像下面这样一个圆环被截得的部分叫做扇环。你能求出下面各扇环的面积吗？

（1）

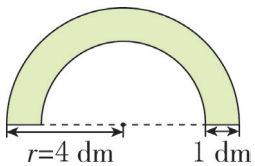


（2）



思路导引 （1）是圆心角为 90° 的扇环，外扇形的面积＝半径是 5dm 的圆的面积 × $\frac{1}{4}$，内扇形的面积＝半径是（5 − 2）dm 的圆的面积 × $\frac{1}{4}$。扇环的面积＝外扇形的面积−内扇形的面积。

（2）该图可以转换为一个半圆环，如右图：



外半圆的面积＝半径是 4 dm 的圆的面积 × $\frac{1}{2}$，

内半圆的面积＝半径是（4 − 1）dm 的圆的面积 × $\frac{1}{2}$，

扇环的面积＝外半圆的面积−内半圆的面积。

规范解答 （1）$3.14\times5^2\times\frac{1}{4}-3.14\times(5-2)^2\times\frac{1}{4}=12.56\ (dm^2)$

（2）$3.14\times4^2\times\frac{1}{2}-3.14\times(4-1)^2\times\frac{1}{2}=10.99\ (dm^2)$

方法总结

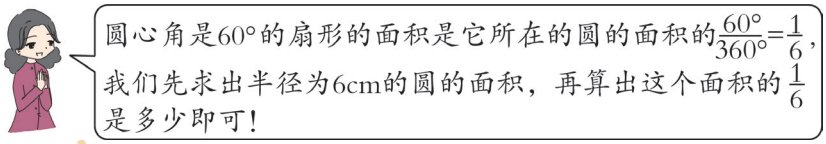
扇环的面积＝外扇形的面积−内扇形的面积。

课后拓展

能力点 根据圆心角的大小求扇形的面积

例题 求出半径是 6cm、圆心角是 60° 的扇形的面积。

思路导引



规范解答 $3.14\times6^2\times\frac{60}{360}=18.84\ (cm^2)$

答：这个扇形的面积是 $18.84cm^2$。

方法总结

知道圆心角的大小，求扇形的面积，一般先求出圆心角所在的圆的面积，再求这个面积的$\frac{\text{圆心角的度数}}{360^\circ}$是多少就可以了！

秘招小练

能力练

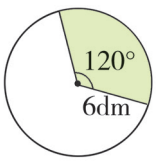
1. 下面的图形中涂色部分所表示的角是圆心角的有（　　）。

2. 下面图形中涂色的部分是扇形的有（　　）。

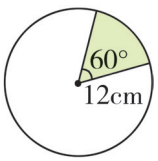
3. 画一个直径是 3cm 的圆，再在圆中画一个圆心角是 120° 的扇形。

拓展练

4. 求下图中扇形的面积。



5. 下图中扇形的周长是圆的周长的几分之几？（π ≈ 3）



第五单元巧巩固

复习课堂⑤

单元知识整理

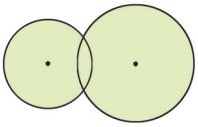
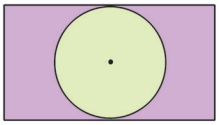
知识模块	具体内容	考点提示
圆的认识	1. 圆的各部分名称 （1）圆心：圆中心的一点叫做圆心，一般用字母 O 表示。 （2）半径：连接圆心和圆上任意一点的线段叫做半径，一般用字母 r 表示。 （3）直径：通过圆心并且两端都在圆上的线段叫做直径，一般用字母 d 表示。 （4）一个圆里有无数条半径和无数条直径。 2. 圆的特征 （1）在同一个圆内，所有的半径都相等，所有的直径都相等。直径的长度是半径的 2 倍，用字母表示为 $d=2r$ 或 $r=\frac{d}{2}$。 （2）圆是轴对称图形，圆有无数条对称轴。 （3）圆心决定圆的位置，半径决定圆的大小。 3. 用圆规画圆的方法 （1）把圆规的两脚分开，定好两脚间的距离为半径。 （2）把带针尖的脚固定在一点上作为圆心。 （3）把装有铅笔的一脚旋转一周，就画出一个圆。 4. 用圆可以设计许多漂亮的图案。	1. 圆心决定圆的位置；半径决定圆的大小。 2. 同圆内有无数条半径，无数条直径，直径的长度是半径的 2 倍。 3. 直径是圆内最长的线段。 4. 圆是轴对称图形，有无数条对称轴，直径所在的直线就是它的对称轴。
圆的周长	1. 圆的周长：围成圆的曲线的长度，叫做圆的周长，一般用字母 C 表示。 2. 圆周率：圆的周长与它的直径的比值叫做圆周率，一般用字母 π 表示。 3. 圆的周长的计算公式：$C=\pi d$ 或 $C=2\pi r$ 4. 半圆的周长：半圆的周长＝圆周长的一半加上一条直径的长度或两条半径的长度，即 $C_{半圆}=\frac{1}{2}\pi d+d$ 或 $C_{半圆}=\pi r+2r$	1. π 是一个固定值，不随直径变化而变化。 2. 半圆的周长等于圆的周长的一半加直径。
圆的面积	1. 圆的面积：圆所占平面的大小叫做圆的面积，一般用字母 S 表示。 2. 圆的面积计算公式：$S=\pi r^2$ 3. 圆环的面积计算公式：$S=\pi R^2-\pi r^2$ 或 $S=\pi(R^2-r^2)$。（R 为外圆半径，r 为内圆半径） 4. “外方内圆”“外圆内方”问题 （1）“外方内圆”：圆的直径等于正方形的边长。如果圆的半径为 r，那么正方形和圆之间部分的面积是 $0.86r^2$。 （2）“外圆内方”：正方形的对角线等于圆的直径，如果圆的半径为 r，那么圆和正方形之间部分的面积是 $1.14r^2$。	1. 圆环的面积实际上是两个半径不相等的同心圆的面积差。 2. “外圆内方”计算圆与正方形之间部分的面积时，要把正方形分割成两个完全相同的三角形来计算。
扇形	1. 弧：圆上任意两点之间的部分叫做弧。 2. 扇形：一条弧和经过这条弧两端的两条半径所围成的图形叫做扇形。 3. 圆心角：由两条半径组成，顶点在圆心的角叫做圆心角。 4. 在同一个圆中，扇形的大小与这个扇形的圆心角的大小有关。	1. 弧是圆的一部分。 2. 以半圆为弧的扇形的圆心角是 180°，以 $\frac{1}{4}$ 圆为弧的扇形的圆心角是 90°。

单元复习方法

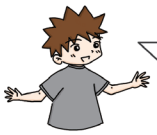
单元易错易混题选讲

考点 1 圆的认识

例 1 在下面各图形中，你能分别画出几条对称轴？

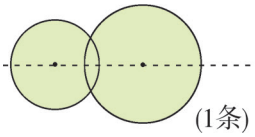
思路导引

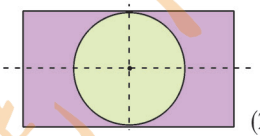

左图两个圆虽然圆心在同一条直线上，但大小不同，又没同圆心，只有一条对称轴！

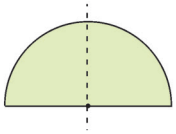
中间图由一个长方形和一个圆组成，虽说它们的中心在同一个点上，但长方形只有两条对称轴，哪怕圆有无数条对称轴，这里只能“长方形”说了算！

半圆只能左右对折才能两边重合，所以只有一条对称轴！

规范解答


(1条)


(2条)


(1条)

方法总结

看每个图形有几条对称轴，关键看它“对折后两边重合”的折法有几种。

考点 2 圆的周长

例 2 某压路机的前轮直径为 1.2m，如果每分钟前轮转 8 圈，它每分钟前进多少米？

思路导引 题中给出了压路机的前轮的直径和每分钟前轮转的圈数，要求每分钟前轮前进多少米，必须知道转 1 圈前轮能前进多少米，而转 1 圈前进的米数就是前轮的周长。

规范解答 $3.14\times1.2\times8=30.144$（m）

答：它每分钟前进 30.144m。

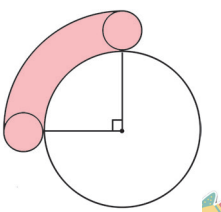
小提示

1 圈的长度 × 圈数＝一共行的路程

单元热点题选讲

考点 扇形

例题 如右图，一个半径为 1cm 的小圆盘沿着一个半径为 4cm 的大圆盘外侧做无滑动的滚动。当小圆盘的中心围绕大圆盘中心转动 90° 后，小圆盘运动过程中扫过的面积是多少平方厘米？



思路导引

小圆盘扫过的面积就是一个扇环和一个小圆的面积之和（图中的阴影部分）。其中扇环的外圆半径为4+1×2=6（cm），内圆半径为4cm，圆心角是90°，小圆半径是1cm。

规范解答 $4+1\times2=6\text{（cm）}$ $\frac{90°}{360°}=\frac{1}{4}$

$$3.14\times(6^2-4^2)\times\frac{1}{4}+3.14\times1^2$$

$$=3.14\times20\times\frac{1}{4}+3.14\times1$$

$$=15.7+3.14$$

$$=18.84\text{（cm}^2\text{）}$$

答：小圆盘运动过程中扫过的面积是 18.84cm²。

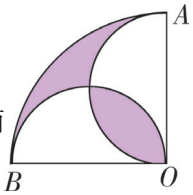
小提示

找准外圆半径很重要哟！

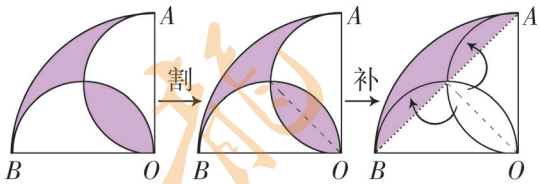
单元方法题选讲

考点 用割补法巧求图形的面积

例题 如图，$OA=OB=6\text{cm}$，$\angle AOB$ 是直角。阴影部分的面积是多少？



思路导引 图中阴影部分形状不规则，将椭圆形阴影通过切割分成相等的两部分，然后分别补到另一部分阴影上，使图形得到转化。如下图所示：



阴影部分的面积＝$\frac{1}{4}$×圆的面积－三角形 AOB 的面积

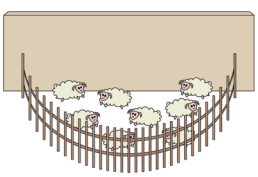
规范解答 $3.14\times6^2\times\frac{1}{4}-6\times6\times\frac{1}{2}=10.26\text{（cm}^2\text{）}$

答：阴影部分的面积是 10.26cm²。

方法总结

当阴影部分为不规则图形时，可以把图形进行分割、切拼，转化为规则图形，再求面积比较简便。

教材习题选讲



1. 教材 78 页第 5 题

一个羊圈依墙而建，呈半圆形，半径是 5m。

（1）修这个羊圈需要多长的栅栏？

（2）如果要扩建这个羊圈，把它的直径增加 2m。羊圈的面积增加了多少？

思路导引　（1）求修这个羊圈需要多长的栅栏，就是求半径是 5m 的圆的周长的一半。

（2）求羊圈的面积增加了多少，就是求直径增加 2m 后的半圆面积比原来的半圆面积多多少（即求半圆环的面积），可以用求圆环面积的一半或扇环面积的方法解答。

规范解答　（1）$2\times3.14\times5\div2=15.7$（m）　答：修这个羊圈需要 15.7m 长的栅栏。

（2）$3.14\times(5+2\div2)^2\div2-3.14\times5^2\div2=17.27$（$m^2$）

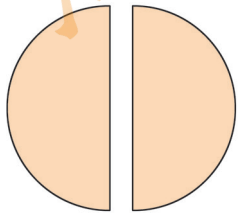
答：羊圈的面积增加了 $17.27m^2$。

方法总结

求栅栏的长度与周长有关；直径增加“2m”，半径只增加“1m”。

2. 教材 79 页第 8 题

如右图，街心公园有两块半圆形的草坪，它们的周长都是 128.5m，这两块草坪的总面积是多少？



思路导引　半圆的周长 $=\pi r+2r\rightarrow r=C_{半圆}\div(\pi+2)\rightarrow$半圆草坪的半径　这两块草坪的总面积＝两个半圆的面积＝ πr^2

规范解答　$128.5\div(2+3.14)=25$（m）　$3.14\times25^2=1962.5$（m^2）

答：这两块草坪的总面积是 $1962.5m^2$。

方法总结

根据半圆的周长＝ $\pi r+2r$，可以求出半圆的半径。

第五单元重点考题

1. 填一填。

（1）画一个周长是 21.98 厘米的圆，圆规两脚的距离是（　　）厘米。

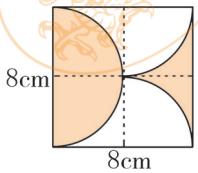
（2）小圆半径是 2 厘米，大圆半径是 6 厘米。小圆与大圆的半径比是（　　），直径比是（　　），周长比是（　　），面积比是（　　）。

（3）用 18m 长的铁条做半径是 15cm 的圆形铁环，最多可以做（　　）个。

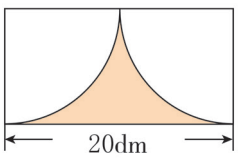
（4）把一张圆形纸片剪成两个相等的半圆，它的周长增加了 10cm，这个圆的面积是（　　）cm^2。

2. 求下面各图阴影部分的面积。

（1）



（2）



3. 一个圆形会议桌的桌面直径是 4 米。

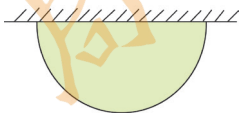
（1）它的面积是多少平方米？

（2）开会时，如果一个人需要 0.5 米宽的位置，这张会议桌大约能坐多少人？

（3）圆桌的中央是一个直径 2 米的自动旋转的圆形转盘，转盘外围的面积是多少？

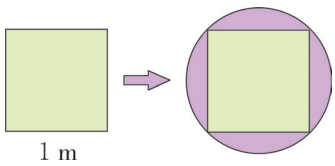
4. 如图，赵叔叔屋后花园的围墙依墙而建，成半圆形，直径是 6m。

（1）这个围墙有多长？

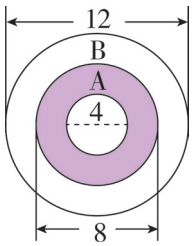


（2）如果要扩建这个围墙，把它的半径增加 1m。花园的面积增加了多少？

5.（真题）龙一鸣家有一张边长为 1 m 的方桌，把它的四边撑开，就成了一个圆桌（如图）。圆桌的面积是多少？

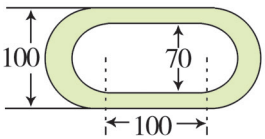


6.（真题）如图（单位：厘米），一张光盘上在阴影部分 A 区域刻有 150 兆的文件，如果每平方厘米的存储量一样大，那么空白 B 区域还可以刻多少兆的文件？



7. 如图，阴影部分是一个运动场的跑道。（单位：m）

（1）跑道外线的长是多少？　　（2）跑道内线的长是多少？



（3）跑道外线的长比跑道内线的长长多少？

六、百分数（一）

第 1 课时　百分数的意义和读、写法

学习目标

知识要点：

1. 理解百分数的意义，会正确读、写百分数。
2. 理解百分数和分数的联系和区别，能用百分数描述生活中的一些数学问题。

重点　理解百分数的意义，会正确读、写百分数。

难点　百分数与分数之间的联系与区别。

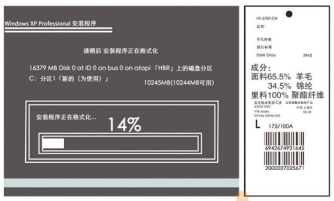
忆旧知 记新知

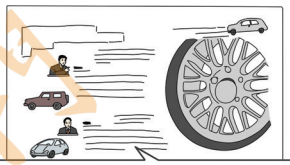
课堂点拨

教材例题解析

知识点 1　百分数的意义

问题呈现　（教材 82 页）





A品牌的汽车1~2月实际销售11000多辆，比去年同期增长120%，其中刚刚过去的2月份销量与去年同期相比增幅甚至达到241%。

你还在什么地方见过上面这样的数？

你能说说上面图中几个百分数各表示什么意思吗？

解决问题

理解题意　题中呈现了 3 个生活中的具体实例：安装程序格式化进度，服装面料羊毛、锦纶的含量和里料聚酯纤维的含量，1~2 月汽车的销售情况比去年同期增长的情况。问题是：在生活中还在什么地方见过这样的数？你能说说上面图中几个百分数表示的意思吗？

方法探究

14%、65.5%、34.5%、120%……这些数都带有“%”这个符号，叫做百分数。

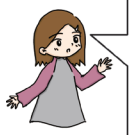
这些百分数都表示一个数是另一个数的百分之几，如14%表示一个数占另一个数的$\frac{14}{100}$。

生活中常用到百分数，百分数也叫做百分率或百分比。

规范解答

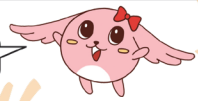
第一个图中的14%表示已经格式化的部分占全部文件总量的$\frac{14}{100}$。

第二个图中的65.5%表示羊毛占面料总成分的$\frac{65.5}{100}$；34.5%表示锦纶占面料总成分的$\frac{34.5}{100}$。100%表示聚酯纤维占里料总成分的$\frac{100}{100}$，即里料的所有成分全部是聚酯纤维。



第三个图中120%表示A品牌汽车今年1~2月实际销售量比去年同期的实际销售量增长的部分占去年同期实际销售量的$\frac{120}{100}$。241%表示今年2月份的实际销售量比去年同期的实际销售量增长的部分占去年同期实际销售量的$\frac{241}{100}$。

百分数中，百分号前面的数可以是整数、小数，也可以是大于100的数，但不能是分数！



我发现百分数与分数很像哩！

百分数和分数的联系和区别

	联系	区别		
		意义	分子	应用范围
百分数	都可以表示两个数的倍比关系；百分数是特殊的分数。	不能表示具体数量，不能带单位。	分子可以是整数，也可以是小数。	常用于调查、统计、分析和比较。
分数		可以表示具体数量，表示具体数量时可以带单位。	分子一般不写成小数，一般都是非零自然数。	常用于计算、测量中得不到整数结果时应用。

方法总结

百分数表示一个数是另一个数的百分之几，百分数也叫做百分率或百分比。

知识点 2　百分数的读、写法

问题呈现　读出下面的百分数或写出下面的百分数。（教材 83 页）

14%　65.5%　120%　百分之一　百分之二十八　百分之零点五

解决问题

理解题意　题中给出了“14%、65.5%、120%”要求读出它们；并给出了“百分之一、百分之二十八、百分之零点五”三个百分数，要求写出来。

方法探究　读百分数时，先读分母（即%），再读分子。分母读作：“百分之……”；写百分数时，先写分子，再在分子后面加上百分号“%”。读、写百分数时，分子按整数、小数的方法进行读写。

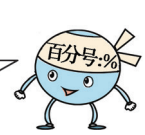
规范解答　14%　读作：百分之十四

65.5%　读作：百分之六十五点五

120%　读作：百分之一百二十

百分之一　写作：1%

百分之二十八　写作：28%　　百分之零点五　写作：0.5%



写我时，两个小圆要写小点，不然变成数字“0”了！

方法总结

1. 百分数的读法与分数的读法大体相同，也是先读分母（即 %），再读分子。
2. 写百分数时，一般不写成分数形式，而是在原来的分子后面加上百分号“%”来表示。

易错易混剖析

例题 判断：一块布长 35% 米。（√）

错误分析 一块布的长度是一个具体数量，不能用百分数表示。

正确解答 ×

规避策略

百分数不能表示具体的数量，不能带单位；表示具体数量的分母是 100 的分数只能用分数形式来表示！

课后拓展

能力点 巧用单位“1”来分析百分数问题

例题 龙一鸣把压岁钱的 25% 捐给了灾区小朋友，苹苹也把压岁钱的 25% 捐给了灾区小朋友。他俩谁捐的多一些？

思路导引 虽然他们捐的钱数都是各自压岁钱的 25%，但不知道他们各自的压岁钱有多少，也就是单位“1”的量不确定，所以哪怕捐的部分都占各自单位“1”的 25% 也无法辨别出谁捐的多。

规范解答 无法判断谁捐的多一些。

方法总结

百分率相同时，只有对应的单位“1”的量相同，百分率对应的部分量才相等！

秘招小练

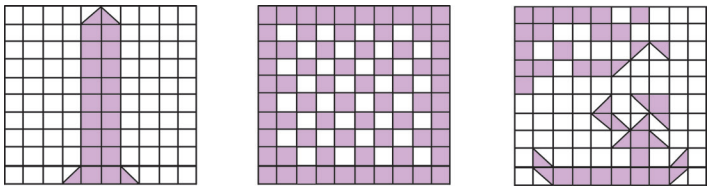
能力练

1. 读出或写出横线上的百分数。

（1）2015 年诺贝尔生理学或医学奖获得者屠呦呦曾在 Lasker 临床医学研究奖获奖感言中讲到：在 1971 年 10 月 4 日，从青蒿身上我们成功得到了中性无毒的提取物，对感染的老鼠和猴子百分之百有效。

（2）截止 2018 年 6 月，中国手机网民规模达到 7.88 亿人，2018 上半年新增手机网民数量为 3509 万人，与 2017 年相比增长百分之四点七。值得一提的是手机网民占网民数量的比重持续攀升，2018 年占比已高达 98.3%。

2. 每幅图中的阴影部分占整图的百分之多少？空白部分呢？



3. 指出下面各数哪些可以用百分数表示？在后面的□中画“△”。

（1）一袋食盐的质量是$\frac{50}{100}$ kg。 □

（2）专家预言，到2030年，地球上$\frac{70}{100}$的自然环境将遭到严重破坏。 □

4. 写出下面各百分数表示的含义。

（1）依依每天花10%的时间阅读课外书。

（2）苹苹捐书的本数是淘淘捐出本数的180%。

拓展练

5. 在朗诵比赛中，六（1）班获奖同学占全班人数的50%，六（2）班获奖同学也占全班人数的50%。两个班获奖人数相同吗？

第 2 课时　百分率及百分数、小数和分数的互化

学习目标

知识要点：

1. 在具体情境中理解百分率的含义，会求各种百分率。
2. 掌握百分数与小数和分数的互化方法，并能正确进行转化。体验方法的多样化。

忆旧知 记新知

重点　小数、分数与百分数的互化。

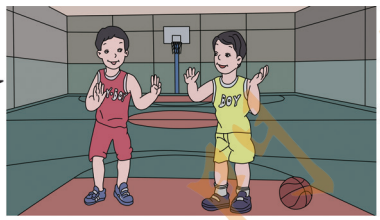
难点　理解各种百分率的意义。

课堂点拨

教材例题解析

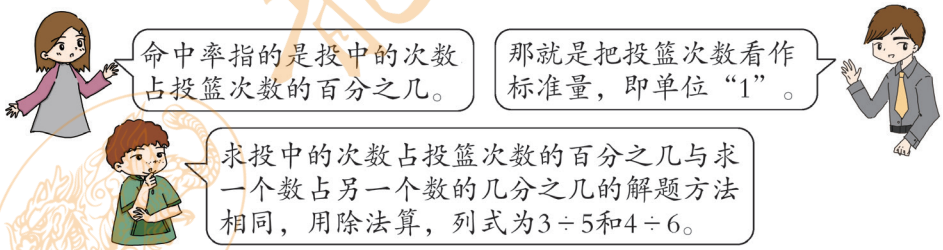
知识点 1　求一个数是另一个数的百分之几的解题方法及把小数、分数化成百分数的方法

问题呈现　他们两人的命中率分别是多少？谁的命中率高？（教材 84 页例 1）



解决问题

理解题意　题中告诉了王涛 5 投 3 中，李强 6 投 4 中。要求的是两人的命中率分别是多少，谁的命中率高。



方法探究

$3\div5=0.6$

$4\div6\approx0.667$

$3\div5=\frac{3}{5}$

$4\div6=\frac{4}{6}$

（1）小数化成百分数。

先把小数改写成分母是100的分数，再化成百分数。

你那样太麻烦了！把小数化成百分数，只要把小数点向右移动两位，再添上“%”就行了。

$3\div5=0.6=\frac{6}{10}=\frac{60}{100}=60\%$　$3\div5=0.6=60\%$（添上 %；小数点向右移动两位）

小数点向右移动两位时，如果位数不够，用“0”补足。

$4\div6\approx0.667=\frac{667}{1000}=\frac{66.7}{100}=66.7\%$　$4\div6\approx0.667=66.7\%$（添上 %；小数点向右移动两位）

除不尽时，通常保留三位小数。

（2）分数化成百分数。

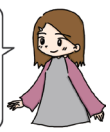
先把分数改写成分母是100的分数，再化成百分数。

可是$4\div6=\frac{4}{6}=\frac{4\times?}{6\times?}$呢？此方法行不通。

如

$3\div5=\frac{3}{5}=\frac{3\times20}{5\times20}=\frac{60}{100}=60\%$（化成分母是 100 的分数；改写成百分数）

$4\div6=\frac{4}{6}\approx0.667=66.7\%$（化成小数；改写成百分数）


这好办，先将分数化成小数，再化成百分数！

我明白了：当分数的分母和100是倍数关系时，可以将它先化成分母是100的分数，再化成百分数，但当分数不能化成分母是100的分数时，只能先化成小数，再化成百分数。

规范解答　命中率$=\frac{\text{投中的次数}}{\text{投篮次数}}\times100\%$

方法一：把小数化成百分数。

$3\div5=0.6=\frac{6}{10}=\frac{60}{100}=60\%$

$4\div6\approx0.667=\frac{667}{1000}=\frac{66.7}{100}=66.7\%$

方法二：把分数化成百分数。

$3\div5=\frac{3}{5}=\frac{3\times20}{5\times20}=\frac{60}{100}=60\%$

$4\div6=\frac{4}{6}\approx0.667=66.7\%$

$66.7\%>60\%$

答：王涛的命中率是 60%，李强的命中率是 66.7%，李强的命中率高。

方法总结

1. 命中率＝$\frac{\text{投中的次数}}{\text{投篮次数}}$×100%。

2. 小数化成百分数的方法：（1）先把小数改写成分母是100的分数，再把分数化成百分数；（2）将小数点向右移动两位，当位数不够时，添“0”补足，同时在后面添上“%”。

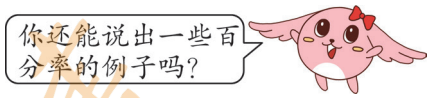
3. 分数化成百分数的方法：一般先把分数化成小数，再把小数化成百分数；除不尽时，通常保留三位小数。当分数的分母与100是倍数关系时，也可以将分数化成分母是100的分数，再用百分数表示。

知识点2　百分数的意义和求法

问题呈现　在实际生活中，像上面这样常用的百分率还有许多。如学生的出勤率、绿豆的发芽率、产品的合格率、小麦的出粉率、树木的成活率等。　（教材84页）

出勤率＝$\frac{\text{出勤的学生人数}}{\text{学生总人数}}$×100%

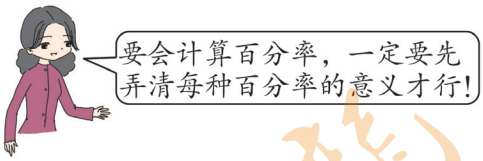
发芽率＝$\frac{(\quad)}{(\quad)}$×100%

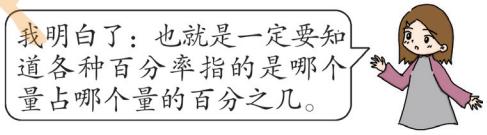


解决问题

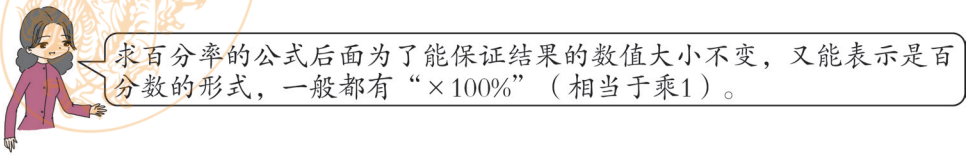
理解题意　题中告诉前面例题中的命中率仅是百分率中的一种，在生活中，像这样的百分率还有许多。要知道的是：你还能说出一些百分率的例子吗？又该怎样计算各种百分率呢？

方法探究





学生的出勤率：表示出勤人数占学生总人数的百分之几。
绿豆的发芽率：表示发芽的绿豆种子数占试验的绿豆种子总数的百分之几。
产品的合格率：表示合格的产品数占产品总数的百分之几。
小麦的出粉率：表示出面粉的质量占小麦总质量的百分之几。
树木的成活率：表示成活树木的棵数占种植的树木总棵数的百分之几。
出油率：表示油的质量占油料作物总质量的百分之几。
及格率：表示及格人数占考试总人数的百分之几。



规范解答　出勤率＝$\frac{\text{出勤的学生数}}{\text{学生总人数}}$×100%

发芽率＝$\frac{\text{发芽的种子数}}{\text{试验的种子总数}}$×100%

合格率＝$\frac{\text{合格的产品数}}{\text{产品总数}}$×100%

出粉率＝$\frac{\text{出面粉的质量}}{\text{小麦的总质量}}$×100%

温馨提示

一般情况下，百分率的最大值是100%，不能超过100%，它表示两个量的百分比，所以没有单位。

$$成活率=\frac{成活树木的棵数}{种植树木的总棵数}\times100\%$$

$$出油率=\frac{油的质量}{油料作物的总质量}\times100\%$$

$$及格率=\frac{及格人数}{考试总人数}\times100\%$$

方法总结

求百分率就是求一个数是另一个数的百分之几，只是在计算时要乘 100%，把结果化成百分数。

知识点 3 求一个数的百分之几是多少的解题方法及把百分数化成分数、小数的方法

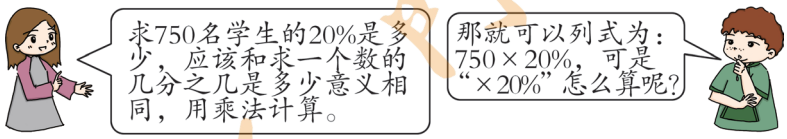
问题呈现 春蕾小学的一项调查表明，有牙病的学生人数占全校人数的 20%。春蕾小学共有 750 名学生，有牙病的学生有多少人？（教材 85 页例 2）

解决问题

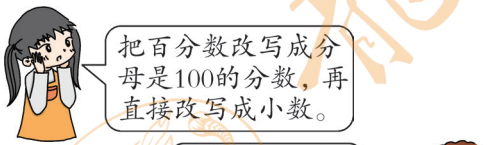
理解题意 题目告诉春蕾小学共有 750 名学生，有牙病的学生人数占全校人数的 20%，说明把“春蕾小学共有的 750 名学生”看成单位“1”。

要求的是“有牙病的学生有多少人”，实际上就是求“750 名学生的 20% 是多少”。

方法探究



（1）把百分数化成小数！

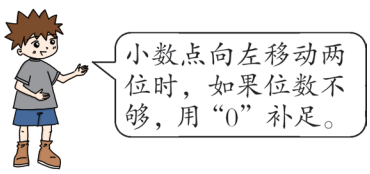


$$750\times20\%=750\times\frac{20}{100}=750\times0.2=150（人）$$

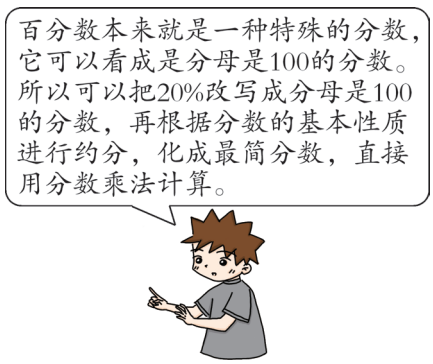
去掉 %

20% = 0.2

小数点向左移动两位



（2）把百分数化成分数！



$$750\times20\%=750\times\frac{20}{100}=750\times\frac{1}{5}=150（人）$$

规范解答

方法一：

$750\times20\%$

$=750\times\frac{20}{100}$

$=750\times0.2$

$=150$（人）

方法二：

$750\times20\%$

$=750\times\frac{20}{100}$

$=750\times\frac{1}{5}$

$=150$（人）

答：有牙病的学生有 150 人。

方法总结

1. 求一个数的百分之几是多少的解题方法与求一个数的几分之几是多少的解题方法是相同的，都用乘法计算，即用这个数乘百分之几或几分之几。

2. 百分数化成小数的方法：（1）可以先把百分数改写成分母是 100 的分数，再把分数化成小数。（2）可以先去掉百分号，再把小数点向左移动两位，当位数不够时，用“0”补足。

3. 百分数化成分数的方法：先把百分数改写成分母是 100 的分数，能约分的一般要约成最简分数。

易错易混剖析

例 1　把 3.6% 化成小数。

错误解答　3.6% = 0.36

错误分析　3.6% 去掉百分号后，3.6 的小数点，只向左移动了一位。

正确解答　3.6% = 0.036

规避策略

把百分数化成小数，去掉百分号后，小数点应向左移动两位，位数不够时，用“0”补足。

例 2　一批产品，有 48 件合格，2 件不合格，不合格率是多少？

错误解答　不合格率 $=\frac{\text{不合格的数量}}{\text{合格的数量}}\times100\%$

$=\frac{2}{48}\times100\%\approx0.042\times100\%=4.2\%$

错误分析　没有弄清不合格率的意义。

正确解答　不合格率 $=\frac{\text{不合格的数量}}{\text{产品总数}}\times100\%$

$=\frac{2}{48+2}\times100\%=0.04\times100\%=4\%$

小考真题精讲

例题　壮壮是个孝顺的孩子，每天早上都为妈妈配一杯糖水。近四天中，（　　）的糖水最甜。

A. 第 1 天，含糖率为 9%。　　B. 第 2 天，在 100 克水中加入 10 克糖。

C. 第 3 天，用 10 克糖配成 100 克糖水。　　D. 第 4 天，糖、水的比是 1 ∶ 8。

思路导引　先求出各天糖水的含糖率，再与 9% 比较大小较简单。

第 2 天：$\frac{10}{10+100}\times100\%\approx0.091\times100\%=9.1\%$

第 3 天：$\frac{10}{100}\times100\%=0.1\times100\%=10\%$

第 4 天：$\frac{1}{1+8}\times100\%\approx0.111\times100\%=11.1\%$

$9\%<9.1\%<10\%<11.1\%$

规范解答　D

课后拓展

能力点　运用转化法解决复杂的百分率问题

例题　我们班今天没到校的人数是到校人数的 $\frac{1}{19}$。我们班今天的出勤率是多少？

思路导引　方法一：“没到校的人数是到校人数的 $\frac{1}{19}$”→把到校人数看作“1”→全班人数是 $\left(1+\frac{1}{19}\right)$→出勤率 = 到校人数 1 ÷ 全班人数 $\left(1+\frac{1}{19}\right)$ × 100%

方法二：也可以把到校人数看成是 19 份→没到校人数就是 1 份→全班人数是 19 + 1 = 20（份）→出勤率 = 到校人数的份数 19 ÷ 全班人数的总份数 20 × 100%

规范解答　方法一：$1\div\left(1+\frac{1}{19}\right)\times100\%=0.95\times100\%=95\%$

方法二：$\frac{19}{1+19}\times100\%=0.95\times100\%=95\%$

答：我们班今天的出勤率是 95%。

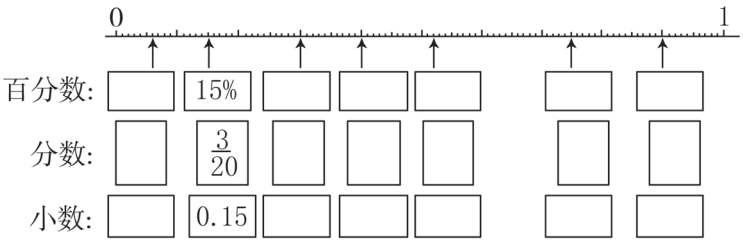
方法总结

解决此类型的题，如果没有给出具体的数量，可以用“转化”的方法把某一个量看作“1”或用份数来表示具体的数量，再根据数量关系式解答。

秘招小练

能力练

1. 分别用百分数、分数、小数表示直线上的各点。



2. 一次智力竞赛中，黄霏霏的答题正确率是 93.75%，她答错了 1 题。她答对了多少题？

3. 小麦的出粉率是 85%，510kg 小麦可磨出面粉多少千克？要磨出 510kg 面粉，需要小麦多少千克？

4. （真题）新北区某 LED 车灯厂四月份计划生产 LED 车灯 6400 只，每只成本 30 元。当完成了计划的 40% 时，工厂进行了技术革新，生产成本每只下降了 16%。生产这批车灯的平均成本是多少元？

5. （真题）甲、乙、丙三个修路队共同修完一条公路。哪个队修得最长？

拓展练

6. 龙门学校六（2）班学生在一次体育达标测试中，未达标人数是达标人数的 $\frac{1}{9}$。六（2）班学生这次体育达标测试的达标率是多少？

第 3 课时　解决问题

学习目标

知识要点：

1. 会类比分数问题的解题方法解决百分数问题；会用线段图表示数量关系。
2. 能用多种方法解决有关百分数的实际 问题，体会解题方法的多样性。

重点　掌握百分数问题的解题方法。

难点　感悟百分数问题与分数问题的联系；找准单位“1”。

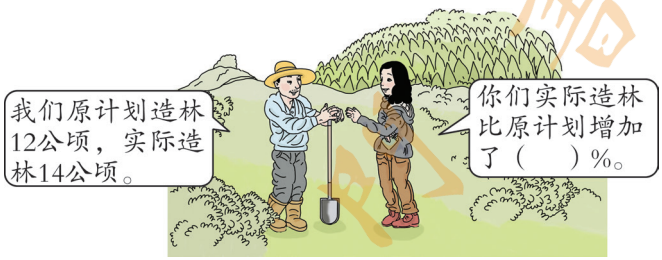
忆旧新知

课堂点拨

教材例题解析

知识点 1　求一个数比另一个数多（或少）百分之几的解题方法

问题呈现　（教材 89 页例 3）



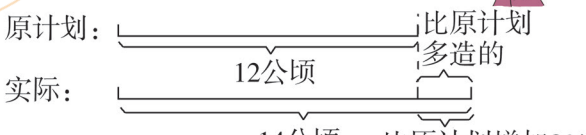
解决问题

理解题意　题中给出的信息是：原计划造林 12 公顷，实际造林 14 公顷。要求的问题是：实际造林比原计划增加了百分之几。

方法探究

求实际造林比原计划增加了百分之几，是把“原计划造林的公顷数”看作单位“1”，即“标准量”。实际造林比原计划增加的公顷数看作“比较量”。

用线段图来表示题中的数量关系吧！



温馨提示

这样的数量关系和分数除法问题的数量关系类似。

从图中看出：求“实际造林比原计划增加了百分之几”，就是求“实际造林比原计划造林增加的公顷数是原计划的百分之几”。

那就先求增加的公顷数，再求增加的公顷数占原计划的百分之几，即用“增加的公顷数÷单位‘1’的量”。

还可以先求出实际造林的公顷数占原计划造林的公顷数的百分之几，再减去百分之百，就是增加的了！

规范解答

方法一：（14 — 12）÷12

增加的公顷数

= 2÷12

≈ 0.167

= 16.7%

方法二：14÷12 — 100%

实际造林的公顷数占原计划造林的百分之几

≈ 1.167 — 100%

= 116.7% — 100%

= 16.7%

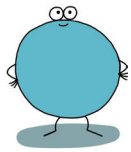
答：实际造林比原计划增加了 16.7%。

方法总结

求一个数比另一个数多（或少）百分之几的方法：（1）先求一个数比另一个数多（或少）的具体量，再除以单位“1”的量，即两数差量 ÷ 单位“1”的量；（2）把另一个数看作单位“1”，即 100%，先求一个数是另一个数的百分之几，再根据所求问题把两者相减。

增减幅度一般是将增减部分与单位“1”的量进行比较。

在实际生活中，人们常用“增加百分之几”“减少百分之几”“节约百分之几”来表示哦。



知识点 2 求比一个数多（或少）百分之几的数是多少的解题方法

问题呈现 学校图书室原有图书 1400 册，今年图书册数增加了 12%。现在图书室有多少册图书？ （教材 90 页例 4）

解决问题

理解题意 题中给出的信息是：原有图书 1400 册，今年图书册数增加了 12%。要求的是：现在图书室有多少册图书。

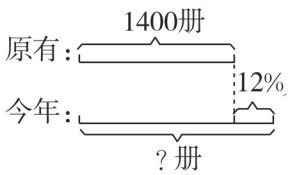
方法探究

今年图书册数增加了12%，应是增加原有图书的12%，原有图书1400册就是单位“1”。

今年图书册数就是原有的（1+12%），即112%。

结合题意可画线段图来理解。

今年图书=原有图书+今年比原有多的册数。



求今年图书的册数，就是求原有图书的112%。根据分数乘法的意义，用乘法计算。

规范解答

方法一：

1400 + 1400×12%
= 1400 + 168
= 1568(册)

先求今年比原有图书多的册数

方法二：

1400×（1 + 12%）
= 1400×112%
= 1568(册)

先求今年图书册数相当于原有的百分之几

答：现在图书室有 1568 册图书。

方法总结

求比一个数多（或少）百分之几的数是多少的解题方法：（1）先求出多（或少）的具体数量是多少，再与单位“1”的量相加（或相减）；（2）单位“1”的量×（1＋多的百分之几）或单位“1”的量×（1－少的百分之几）。

知识点 3 已知一个数量的两次增减变化幅度，求最后变化幅度的问题的解法

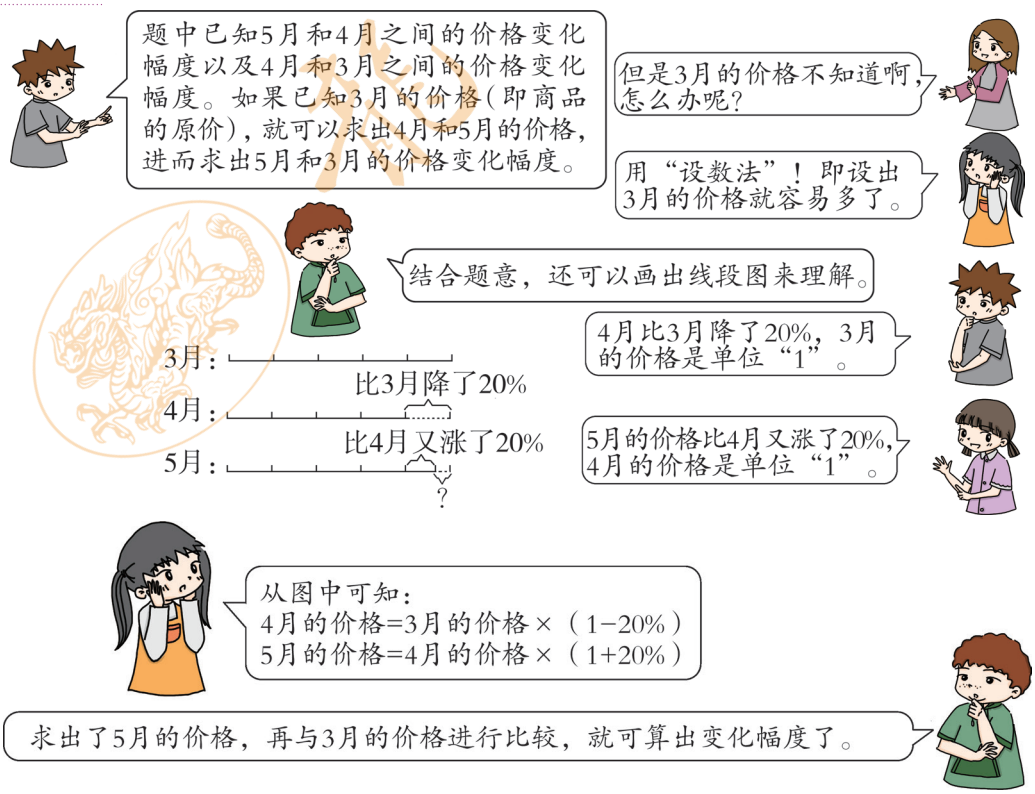
问题呈现 某种商品 4 月的价格比 3 月降了 20%，5 月的价格比 4 月又涨了 20%。5 月的价格和 3 月比是涨了还是降了？变化幅度是多少？ （教材 90 页例 5）

解决问题

阅读与理解 （1）信息提示：某种商品 4 月的价格比 3 月降了 20%，5 月的价格比 4 月又涨了 20%。

（2）问题提取：5 月的价格和 3 月比是涨了还是降了，变化幅度是多少。

分析与解答



规范解答

方法一：假设此商品 3 月的价格是 100 元。
4 月的价格：100×（1 − 20%）= 80（元）
5 月的价格：80×（1 + 20%）= 96（元）
96<100，5 月的价格和 3 月比是降了。
5 月的价格和 3 月比，变化幅度：
（100 − 96）÷100 = 4÷100 = 0.04 = 4%

方法二：假设该商品 3 月的价格是 1。
4 月的价格：1×（1 − 20%）= 0.8
5 月的价格：0.8×（1 + 20%）= 0.96
0.96<1，5 月的价格和 3 月比是降了。
5 月的价格和 3 月比，变化幅度：
（1 − 0.96）÷1 = 0.04 = 4%

答：5 月的价格和 3 月比是降了，变化幅度是 4%。

回顾与反思

如果3月的价格是a元，
4月的价格是$a\times(1-20\%)=0.8a$
5月的价格是$0.8a\times(1+20\%)=0.96a$
因为$a>0$，所以$0.96a<a$
即5月的价格和3月比是降了。
变化幅度是
$(a-0.96a)\div a=0.04a\div a=0.04=4\%$。

虽然涨价和降价幅度都是20%，但单位“1”不一样，即降价和涨价的具体钱数不同，所以价格变了。

方法总结

1. 在解答已知一个数量两次增减变化幅度，求最后的变化幅度时，常用设数法。
2. 在增减变化幅度相同时，两次增减幅度的单位“1”不同，所以价格都有变化。

易错易混剖析

例 1　一件商品原价 80 元，现降价 20 元，售价降低了百分之几？

错误解答　（80 − 20）÷80 = 60÷80 = 0.75 = 75%

错误分析　找错了比较量，求的是降低的钱数占原价的百分之几。

正确解答　20÷80 = 0.25 = 25%　　答：售价降低了 25%。

规避策略

求变化幅度，是用“差量”÷单位“1”的量。

例 2　甲数比乙数多 25%，乙数比甲数少（　　）%。

错误解答　甲数比乙数多 25%，乙数比甲数少（25）%。

错误分析　弄错了单位“1”，前者是“多的占乙数的百分之几”，后者是少的占甲数的百分之几。

正确解答　甲数比乙数多 25%，乙数比甲数少（20）%。

规避策略

找准单位“1”，用“差量”÷单位“1”的量才能得到正确答案。

教材习题选讲

1. 教材 92 页第 6 题

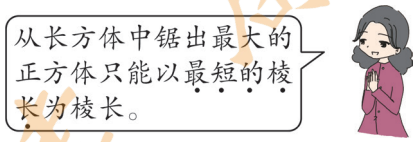
一个长方体木块长、宽、高分别是 5cm、4cm、3cm。如果用它锯成一个最大的正方体，体积要比原来减少百分之几？

思路导引 最大的正方体就是以长、宽、高中最短的边来作为棱长，即最大的正方体的棱长为 3cm。求体积比原来减少百分之几，就是求正方体的体积比长方体的体积减少百分之几。

长方体的体积 − 正方体的体积 = 正方体比长方体减少的体积

↓

体积比原来减少百分之几 = 正方体比长方体减少的体积 ÷ 长方体的体积



规范解答 长方体的体积：$5\times4\times3=60$（cm^3）

正方体的体积：$3\times3\times3=27$（cm^3）

体积要比原来减少：$(60-27)\div60$

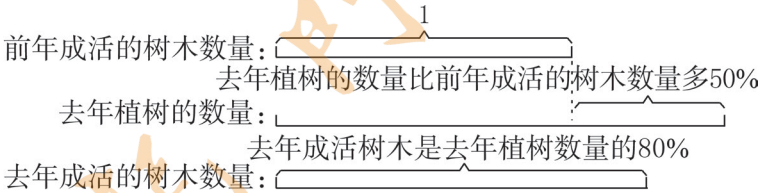
$=0.55=55\%$

答：体积要比原来减少 55%。

2. 教材 93 页第 14 题

红光农场去年植树的数量比前年成活的树木多 50%，去年的成活率是 80%。去年成活的树木数量是前年成活树木的百分之多少？

思路导引 假设前年成活的树木数量是 1，根据题意画线段图。



去年植树的数量 = 前年成活的树木数量 × (1+50%)

去年成活的树木数量 = 去年植树的数量 × 80%

↓

去年成活的树木数量是前年成活树木数量的百分之几 = 去年成活的树木数量 ÷ 前年成活的树木数量

规范解答 解：设前年成活树木的棵数为 1。

$1\times(1+50\%)\times80\%=1.2$

$1.2\div1=1.2=120\%$

答：去年成活的树木数量是前年成活树木的 120%。

方法总结

弄清题中每个数据表示的含义，逐步找到需要的数据十分重要。

小考真题精讲

例 1 一辆摩托车进价为 6000 元，店老板为了搞促销活动，先加价 30% 后，再降价 20% 销售，这辆摩托车现在的售价是多少？

思路导引　这辆摩托车加价 30% 后的价格 = 进价 6000 元 ×（1 + 30%）

这辆摩托车现在的售价 = 加价 30% 后的价格 ×（1 − 20%）

规范解答　6000×（1 + 30%）= 6000×130% = 7800（元）

7800×（1 − 20%）= 7800×80% = 6240（元）

综合算式：6000×（1 + 30%）×（1 − 20%）= 6000×130%×80% = 6240（元）

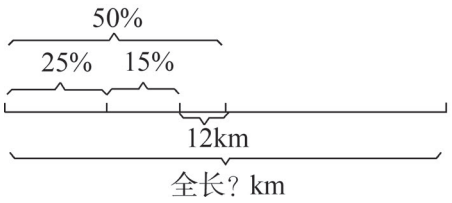
答：这辆摩托车现在的售价是 6240 元。

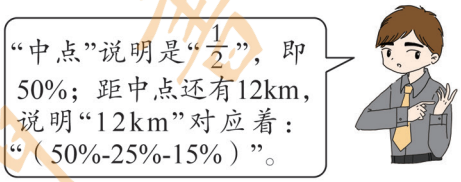
方法总结

弄清题中数量关系，找准单位“1”是解决问题的关键。

例 2　修一条公路，第一周修了全长的 25%，第二周修了全长的 15%，这时距离公路的中点还有 12km。这条公路全长多少千米？

思路导引





规范解答　方法一：

解：设这条公路全长 x 千米。

$（50\% - 25\% - 15\%）x = 12$

$x = 12 \div 10\%$

$x = 120$

答：这条公路全长 120 千米。

方法二：

$12 \div （50\% - 25\% - 15\%）$

$= 12 \div 10\%$

$= 12 \div 0.1$

$= 120$（km）

方法总结

读清题意，找准“具体数量”与“对应的百分率”十分重要。

课后拓展

能力点 1　运用对比法解决复杂的百分数应用题

例 1　妈妈和张阿姨到诚信服饰店各买了一件羊毛衫，都花了 198 元，可是店老板说这两件羊毛衫，一件盈利 10%，另一件亏损 10%。张阿姨说老板正好不赚不赔。张阿姨说得对吗？

思路导引　根据题意可以列出下面的关系式：

一件盈利 10% → 盈利的这件售价 = 盈利的这件成本 ×（1 + 10%）

一件亏损 10% → 亏损的这件售价 = 亏损的这件成本 ×（1 − 10%）

规范解答

$198 \div （1 + 10\%）$　　$198 \div （1 - 10\%）$

$= 198 \div 1.1$　　$= 198 \div 0.9$

$= 180$（元）　　$= 220$（元）

$198 \times 2 = 396$（元）　　$180 + 220 = 400$（元）

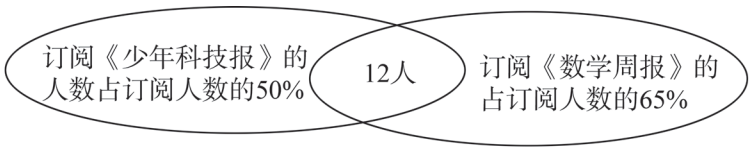
396 元 <400 元

答：张阿姨说得不对，老板卖出这两件羊毛衫赔了钱。

能力点 2 运用容斥原理解决复杂的百分数应用题

例 2 五年级同学订阅了《少年科技报》和《数学周报》两种报纸。订阅报纸的人数占五年级人数的 40%。订阅《少年科技报》的人数占订阅人数的 50%，订阅《数学周报》的人数占订阅人数的 65%，两种报纸都订阅的有 12 人。五年级有多少人？

思路导引 把五年级订阅报纸的人数看作单位“1”，根据题意画图，并列出下面的关系式：



五年级订阅报纸的人数 ×（50%+65%−1）= 两种报纸都订阅的人数（12人）

五年级的人数×40% = 五年级订阅报纸的人数

规范解答 解：设五年级订阅报纸的人数是 x 人。

$(50\% + 65\% - 1)x = 12$

$x = 12 \div 15\%$

$x = 80$

解：设五年级有 y 人。

$40\%y = 80$

$y = 80 \div 40\%$

$y = 200$

答：五年级有 200 人。

秘招小练

能力练

1. 填一填。

（1）A 比 B 多 20%，B 比 A 少（　　）%。

（2）红花比黄花少 25%，黄花比红花多（　　）%。

2. 一辆汽车从甲地去乙地，已经行了 120 千米，相当于全程的 60%。

（1）甲、乙两地相距多少千米？　　（2）这辆汽车离乙地还有多少千米？

3. 某种蔬菜 6 月初的售价比 5 月初跌了 15%，7 月初比 6 月初涨了 20%，7 月初的售价和 5 月初的售价比是涨了还是跌了？涨跌的幅度是多少？

4. 某品牌电脑去年 2 月初比 1 月初涨价 10%，3 月初比 2 月初涨价 10%。两月以来共涨价百分之多少？

5. 甲、乙两种商品单价之和为 100 元，因季节变化，甲商品降价 10%，乙商品提价 5%。调价后，甲、乙两商品的单价之和比原单价之和提高了 2%。原来甲、乙商品的单价分别是多少元？

6. 兴隆村今年植树的数量比去年成活的树木多 70%，今年的成活率是 90%。今年成活的树木是去年成活树木的百分之多少？

7. （真题）一桶油，第一次取出 20%，第二次比第一次多取出 5 千克，这时还剩 55 千克。这桶油有多少千克？

拓展练

8. 甲、乙两人同时分别从 A、B 两地出发，相向而行。出发时甲、乙两人的速度比为 3 ∶ 2，第一次两人在 C 地相遇后，甲速度提高了 20%，乙速度提高了 30%。当甲到达 B 地时，乙离 A 地还有 42 千米。A、B 两地相距多少千米？

9. 六（3）班的学生参加了科技活动和环保活动两个活动小组。参加活动小组的人数占六（3）班人数的 75%。参加科技活动小组人数占参加活动小组人数的 55%，参加环保活动小组的人数占参加活动小组人数的 65%，两个兴趣小组都参加的有 6 人。六（3）班有学生多少人？

第六单元巧巩固

复习课堂⑥

单元知识整理

知识模块	具体内容	考点提示
百分数的意义和读、写法	1. 百分数的意义：表示一个数是另一个数的百分之几，百分数也叫做百分率或百分比。 2. 百分数的读法：先读分母（即%），再读分子，读作：“百分之……”。 3. 百分数的写法：百分数通常不写成分数形式，而在原来的分子后面加上百分号“%”来表示。	1. 百分数只表示两个数之间的倍比关系，不能带单位。 2. 百分数表示一个数占另一个数的百分之几。
百分数与小数、分数的互化	1. 百分数与小数互化：（1）把小数化成百分数：只要把小数点向右移动两位，同时在后面添上百分号；（2）把百分数化成小数：只要去掉百分号，同时把小数点向左移动两位。 2. 百分数与分数互化：（1）把百分数化成分数：先把百分数改写成分母是 100 的分数，再约分。（2）把分数化成百分数。先把分数化成小数（除不尽时，通常保留三位小数），再化成百分数，当分数的分母是 100 的因数或倍数时，可以先把分数化成分母是 100 的分数，再改写成百分数。	小数与百分数互化时，小数点向左或右移动两位，位数不够用“0”补足。
常见的百分率计算的方法	命中率$=\frac{\text{投中次数}}{\text{投篮总数}}\times100\%$　发芽率$=\frac{\text{发芽种子数}}{\text{试验种子总数}}\times100\%$ 及格率$=\frac{\text{及格人数}}{\text{考试总人数}}\times100\%$　出勤率$=\frac{\text{出勤人数}}{\text{应出勤总人数}}\times100\%$ 出粉率$=\frac{\text{出面粉的质量}}{\text{小麦的总质量}}\times100\%$　合格率$=\frac{\text{合格产品数}}{\text{产品总数}}\times100\%$ 成活率$=\frac{\text{成活树木的棵数}}{\text{种植树木的总棵数}}\times100\%$……	1. 一般情况下，百分率最大是 100%。特殊的如：利润率、增长率等才可大于 100%。 2. 为了让百分率结果为百分之几，一般要“×100%”
百分数的应用	1. “求一个数是另一个数的百分之几”的解题方法：比较量 ÷ 标准量，结果化成百分数。 2. “求一个数的百分之几是多少”的解题方法：一个数（单位“1”）× 百分率=部分量。 3. “求一个数比另一个数多（或少）百分之几”的解题方法： 方法一：一个数比另一个数多（或少）的具体数量 ÷ 单位“1”的量。 方法二：把另一个数看作单位“1”，即 100%，先求一个数是另一个数的百分之几，再根据所求问题把两者相减。 4. “已知比一个数多（或少）百分之几的数是多少，求这个数”的解题方法： 方法一：根据“单位‘1’的量 ± 单位‘1’的量 × 增减幅度＝比较量”列方程解答。 方法二：根据“单位‘1’的量 ×（1± 增减幅度）＝比较量”列方程解答。 方法三：比较量 ÷（1± 增减幅度）。 5. “已知一个数量先后两次的增减变化幅度（先减少百分之几，再增加百分之几），求最后变化幅度”的解题方法： （1）用设数法，将单位“1”设为一个具体的数或“1”来解答。 （2）按 1 解答时，最后的变化幅度为 1 与“1×（1 −减少幅度）×（1 ＋增加幅度）”的差除以 1 所得的百分数。	1. 解决百分数问题与解决分数问题的思路相同。 2. 单位“1”必须找准。

单元复习方法

单元易错易混题选讲

考点 百分数的意义

例题 判断：一根绳子长 0.6 米，也可以改写成长 60% 米。（　　）

思路导引 绳子长 0.6 米，“0.6 米”是一个具体的数量，表示绳子的长；而百分数只表示两个量之间的百分比关系，不表示具体的数量，故在此处 0.6 米不能改写成 60% 米。

规范解答 ×

方法总结

百分数只表示两个量之间的倍数关系，不能带单位。

单元热点题选讲

考点 1 百分数在分数乘除法中的对比应用

例 1 比 6 米多 20% 的是（　　）米，6 米比（　　）米多 20%。

思路导引 “比 6 米多 20% 的是（　　）米”，是以“6 米”为单位“1”，求的是 6 米的（1 + 20%）是多少，用乘法计算；而“6 米比（　　）米多 20%”，是以“（　　）米”为单位“1”，“6 米”对应的是“（　　）米”的（1 + 20%），是求单位“1”的量是多少，用除法计算。

规范解答 7.2　5

方法总结

找准单位“1”是前提。知道单位“1”，求单位“1”的几分之几是多少，用乘法计算；求单位“1”的量是多少，用除法计算。

考点 2 百分数、分数、小数的互化

例 2 在 $\frac{4}{5}$、0.85、0.875、87.7% 这四个数中，最大的是（　　），最小的是（　　）。

思路导引 这里的四个数既有分数、又有小数，还有百分数，要找出最大的数和最小的数，必须将它们互化为同一种数，如：同为分数、同为小数或同为百分数，再比较。

规范解答 87.7%　$\frac{4}{5}$

单元方法题选讲

考点 1 用对比法解决百分数问题

例 1 某服装店同时卖出两件上衣，售价都是 120 元。按成本算，一件盈利 25%，另一件亏损 25%。在此次交易中，服装店是赚了还是亏了？说明理由。

思路导引 要知道是赚了还是亏了，必须将“成本价的和”与“售价和”比较。不管是赚是亏，都是以成本价（即进价）为单位“1”。

规范解答 120÷（1 + 25%）= 96（元）　120÷（1 − 25%）= 160（元）
96 + 160 = 256（元）　120 + 120 = 240（元）　256>240　亏了。
答：亏了。

方法总结

算出“成本价和”与“售价和”，再运用对比法来比较。

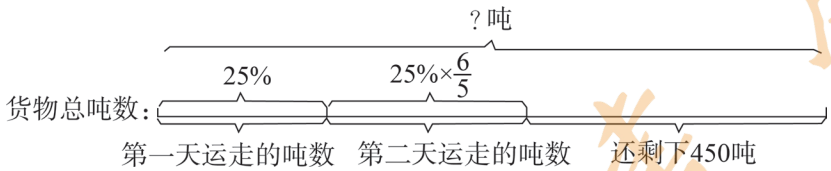
考点 2 运用画线段图法解决百分数问题

例 2 有一批货物，第一天运走总数的 25%，第二天运走的与第一天运走的比是 6 ∶ 5，还剩下 450 吨没运走。这批货物有多少吨？

思路导引

第二天运走的与第一天运走的比是 6 ∶ 5 → 第二天运走的是第一天运走的 $\frac{6}{5}$ → 第二天运走的占总数的 $25\% \times \frac{6}{5}$

结合题意画线段图理解。



规范解答 解：设这批货物有 x 吨。

$$\left(1-25\%-25\%\times\frac{6}{5}\right)x=450$$

$$x=450\div0.45$$

$$x=1000$$

答：这批货物有 1000 吨。

教材习题选讲

教材 95 页第 2 题

小明统计了自己的储蓄罐里有 125 枚硬币，其中 1 元硬币的数量占 44%，5 角的占 20%，1 角的占 36%。储蓄罐里共有多少钱？

思路导引

1 元 × 1 元的枚数：$125\times44\%$ = 1 元的钱数

0.5 元 × 5 角的枚数：$125\times20\%$ = 5 角的钱数

0.1 元 × 1 角的枚数：$125\times36\%$ = 1 角的钱数

⇨ 储蓄罐里共有的钱数

规范解答 1 元硬币的钱数：$1\times(125\times44\%)=55$（元）

5 角硬币的钱数：$0.5\times(125\times20\%)=12.5$（元）

1 角硬币的钱数：$0.1\times(125\times36\%)=4.5$（元）

储蓄罐里共有钱数：$55+12.5+4.5=72$（元）

答：储蓄罐里共有 72 元钱。

第六单元重点考题

1. 填一填。

（1）一箱饮料，喝掉 50% 后，还剩 12 瓶，再喝掉 50%，还剩（　　）瓶。

（2）0.25 = $\frac{(\quad)}{(\quad)}$ =（　　）：（　　）= $\frac{(\quad)}{24}$ =（　　）%

（3）5 吨比 8 吨少（　　）%，15 米比（　　）米多 50%。

2. 辨一辨。（对的画“√”，错的画“×”）

（1）今年的产量比去年增加了 20%，今年的产量就相当于去年的 20%。（　　）

（2）用 110 粒种子做发芽试验，全部发芽，这些种子的发芽率是 110%。（　　）

（3）某商品先涨价 10%，再降价 10%，那么现价低于原价。（　　）

3. 解决问题。

（1）（真题）食品安全是目前全社会关注的焦点问题。某质检部门分两次检测同一批次同一品牌的大米，第一次检测 100 袋，合格率为 95%，第二次检测的 25 袋全部合格。两次合计，该品牌大米的合格率是多少？

（2）建一座污水处理池用了 48 万元，比原计划节约了 20%，原计划建污水处理池投资多少万元？

（3）水果店运来 600 千克苹果，比运来的橘子多 20%，比运来的橘子多多少千克？

（4）龙一鸣统计了自己储存的 100 张纸币，其中 1 元的数量占 39%，5 元的占 30%，10 元的占 31%。龙一鸣储存的纸币有多少钱？

（5）某种手机在去年 5 月两次促销活动中，第一次比原价 2000 元降低了 15%，第二次又降低了 10%。这种手机现价多少元？

（6）一堆河沙，第一次运走 30%，第一次运走的与第二次运走的比是 2 ∶ 3，还剩下 60 吨没运走。这堆河沙有多少吨？

七、扇形统计图

第 1 课时　扇形统计图

学习目标

知识要点：

1. 了解扇形统计图的特点与作用，理解扇形统计图中各扇形的具体含义。

2. 弄清条形统计图、折线统计图和扇形统计图三者之间的联系与区别，并能根据实际情况选用不同的统计图。

重点　了解扇形统计图的特点与作用，及扇形统计图中各扇形的含义。

难点　结合实际选用不同的统计图。

忆旧新知

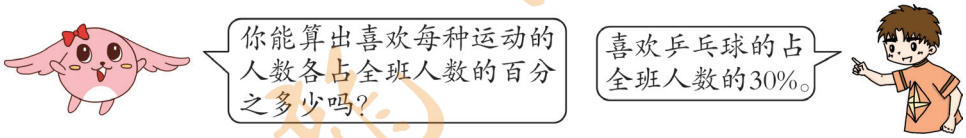
课堂点拨

教材例题解析

知识点 1　扇形统计图的特征及作用

问题呈现　六（1）班同学最喜欢运动项目的情况如下表。（教材 96 页 ~97 页例 1）

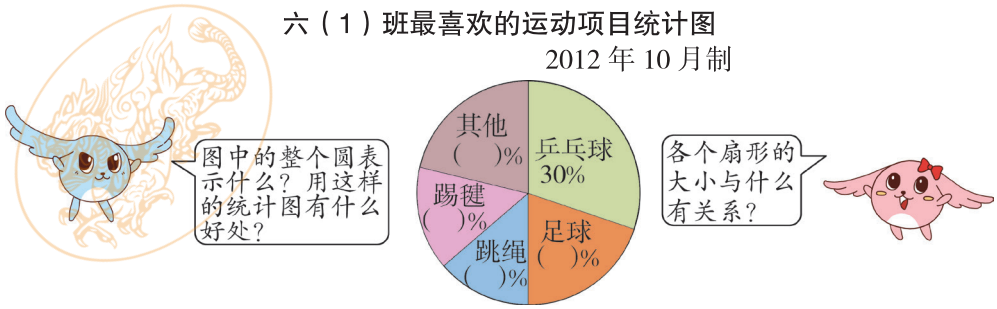
项目	乒乓球	足球	跳绳	踢毽	其他
人数	12	8	5	6	9
百分比					



我们可以用扇形统计图来表示各部分数量与总数之间的关系。

六（1）班最喜欢的运动项目统计图

2012 年 10 月制



你还能提出什么数学问题吗？

解决问题

理解题意　仔细读图可以发现：题中告诉了六（1）班同学最喜欢运动项目的人数，要求的是：（1）喜欢每种运动的人数各占全班人数的百分之多少。（2）扇形图中的整个圆表示什么，用这样的统计图有什么好处，各个扇形的大小与什么有关系。（3）还能提出什么问题。

方法探究 （1）求喜欢每种运动的人数各占全班人数的百分之多少。

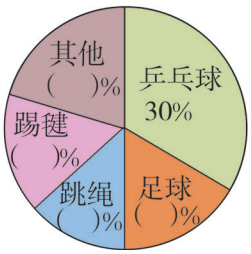
是“喜欢每种运动的人数”与“全班人数”比，其中“全班人数”作为单位“1”。

求喜欢每种运动的人数各占全班人数的百分之多少，先求全班人数，然后用“喜欢每种运动的人数”÷“全班人数”。

（2）

我们可以用扇形统计图来表示各部分数量与总数之间的关系。

用整个圆表示“全班人数”。



每个扇形的大小与喜欢每种运动的人数占全班人数的百分比有关。

（3）

结合题中数据和扇形统计图可以提出许多问题，如：
①喜欢足球和跳绳的人数共占全班人数的百分之几？
②喜欢乒乓球的人数比喜欢踢毽的人数多百分之几？

规范解答

全班人数：12＋8＋5＋6＋9＝40（人）（1）六（1）班同学最喜欢运动项目的情况如下表。

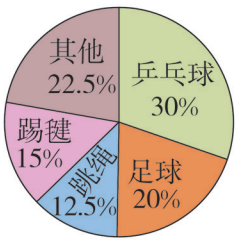
乒乓球：12÷40＝0.3＝30%
足球：8÷40＝0.2＝20%
跳绳：5÷40＝0.125＝12.5%
踢毽：6÷40＝0.15＝15%
其他：9÷40＝0.225＝22.5%

项目	乒乓球	足球	跳绳	踢毽	其他
人数	12	8	5	6	9
百分比	30%	20%	12.5%	15%	22.5%

（2）我们可以用扇形统计图来表示各部分数量与总数之间的关系。

六（1）班最喜欢的运动项目统计图

用整个圆表示“全班人数”，即表示一个整体，也就是表示单位“1”。



各个扇形的大小与喜欢每种运动的人数占全班人数的百分比有关系。

我的作用不小的：不仅可以直观地比较出各个扇形的相对大小，而且能清楚地看出各部分数量与整体之间的关系。

（3）从图中可以提出许多问题，如：

①喜欢足球和跳绳的人数共占全班人数的百分之几？
②喜欢乒乓球的人数比喜欢踢毽的人数多百分之几？

……

方法总结

扇形统计图用整个圆表示单位“1”，用各扇形的大小表示每种量占单位“1”的百分比。扇形统计图可以清楚地表示出各部分数量与总数之间的关系。

知识点 2 选择合适的统计图表示数据

问题呈现 下面几组数据分别选用哪种统计图表示更合适？（教材 98 页例 2）

（1）绿荫小学 2007—2011 年校园内树木总量变化情况统计表。

年份	2007	2008	2009	2010	2011
总量 / 棵	100	120	150	170	200

（2）2011 年绿荫小学校园内各种树木所占百分比情况统计表。

树种	杨树	柳树	松树	槐树	其他
百分比 /%	25	20	15	15	25

（3）2011 年绿荫小学校园内各种树木数量统计表。

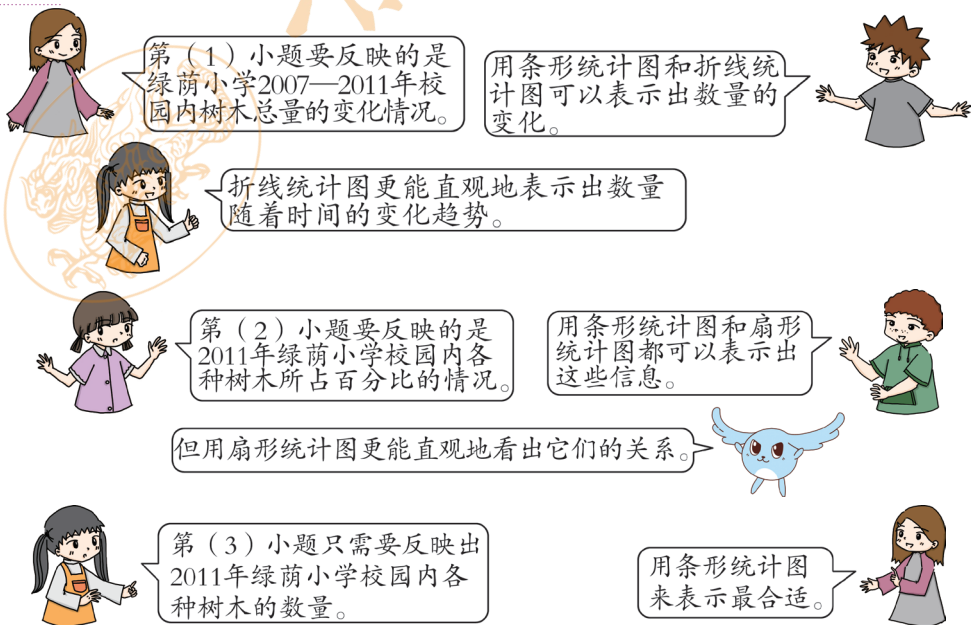
树种	杨树	柳树	松树	槐树	其他
总量 / 棵	50	40	30	30	50

解决问题

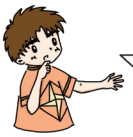
理解题意 题中的第（1）小题的统计表给出了 5 年中树木总量的变化情况；第（2）小题的统计表给出了各种树木占树木总量的百分比；第（3）小题的统计表给出了各种树木的数量。

要求的问题是：这些数据分别选用哪种统计图表示更合适呢？

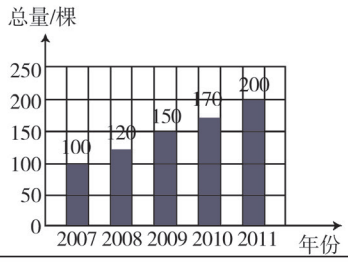
方法探究

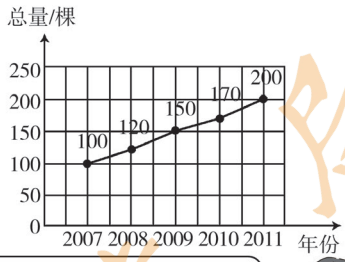


规范解答

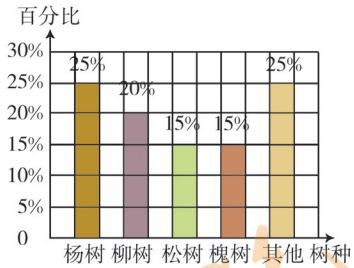


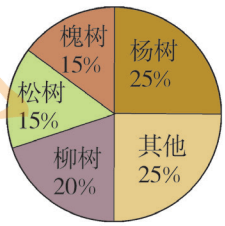
第（1）小题给出了5年中每年的树木数量，用条形统计图和折线统计图都可以表示出数量的变化。其中折线统计图更能直观地表示出数量随着时间的变化趋势。



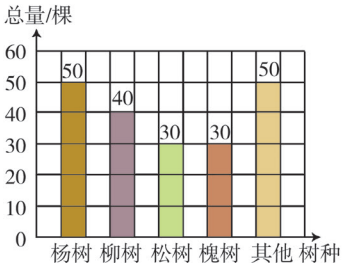


第（2）小题给出了各种树木占树木总量的百分比，用条形统计图和扇形统计图都可以表示出这些信息。但用扇形统计图更能直观地看出它们之间的关系。





第（3）小题给出了各种树木的数量，只能用条形统计图来表示。

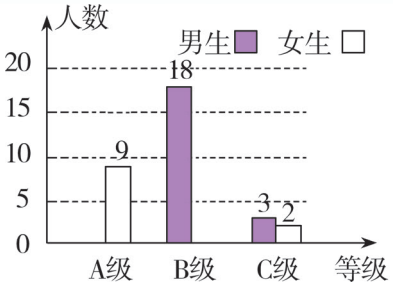


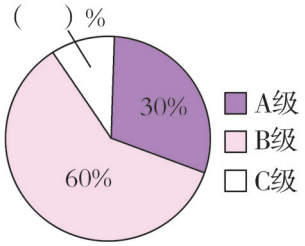
方法总结

用统计图表示数据时，要根据实际情况选择合适的统计图：（1）要表示出各种数量的多少时，选用条形统计图；（2）既要表示出各种数量的多少，又要表示出数量的增减变化情况时，选用折线统计图；（3）要表示出各部分数量与总数之间的关系时，选用扇形统计图。

小考真题精讲

例题 实验小学六（1）班全体同学参加一次考试后，把成绩分为A、B、C三级，并画出下面两张统计图。统计图显然没有画完整，请你根据图中已知信息写出相关数据的计算过程，并把图补充完整。





思路导引 综合观察两幅不完整的统计图可知，C 级一共 3 + 2 = 5（人），占六（1）班全体同学的 100% − 30% − 60% = 10%，六（1）班全体同学（单位“1”的量）未知，可以列方程求出六（1）班全体同学。然后根据 A 级、B 级占全体同学的百分比可求 A 级、B 级学生人数，进而分别求出 A 级男生、B 级女生，并将统计图补充完整。

规范解答 C 级人数占全班人数：1 − 30% − 60% = 10%

解：设全班人数为 x 人。

$x \times 10\% = 3 + 2$

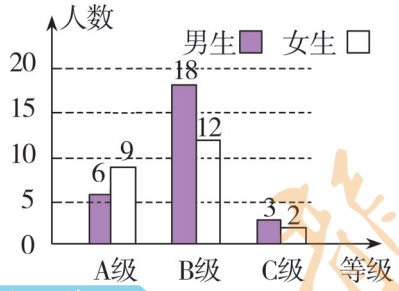
$x = 50$

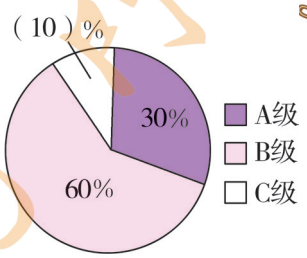
A 级的男生人数：50×30% − 9 = 6（人）

B 级的女生人数：50×60% − 18 = 12（人）

小提示

综合不同统计图提供的信息，寻找解决问题的突破口。



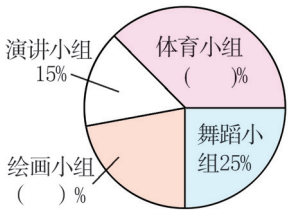


课后拓展

能力点 用综合法解决扇形统计图中的问题

例题 下图是某班课外活动小组人数的统计表和与之相对应的扇形统计图，请把它们补充完整。

组别	体育小组	舞蹈小组	绘画小组	演讲小组
人数 / 人	15		9	



思路导引 综合统计表和统计图的信息可列出下表。

组别	体育小组	舞蹈小组	绘画小组	演讲小组
人数 / 人	15		9	
百分比		25%		15%

参加课外活动小组的总人数 × 参加体育小组和绘画小组占总人数的百分比 = 参加体育小组和绘画小组的人数（15 + 9）

参加舞蹈小组的人数＝总人数 ×25%　参加演讲小组的人数＝总人数 ×15%

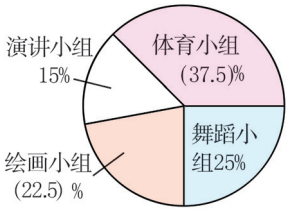
规范解答 （15 + 9）÷（1 − 25% − 15%）= 24÷60% = 40（人）

参加舞蹈小组的人数：40×25% = 10（人）

参加演讲小组的人数：40×15% = 6（人）

参加体育小组的人数占总人数的：15÷40 = 37.5%

参加绘画小组的人数占总人数的：9÷40 = 22.5%



组别	体育小组	舞蹈小组	绘画小组	演讲小组
人数 / 人	15	10	9	6

方法总结

根据统计图表中提供的信息，运用百分数的有关知识求图表中的未知信息。

秘招小练

能力练

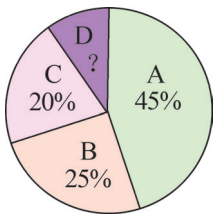
1. 填一填。

（1）表示我校各年级学生人数占全校学生总数的百分比，最好选用（　　）统计图。

（2）利用统计图来表示一天 24 时气温高低变化情况可选择（　　）统计图。

（3）用统计图描述我国五大名主峰的海拔高度，绘制（　　）统计图较好。

2. 右图是三年级的一次数学测试成绩的统计图，成绩分为 A、B、C、D 四个等级，已知 D 等级的有 12 人。



（1）分别算出各等级成绩的人数，填入下表。

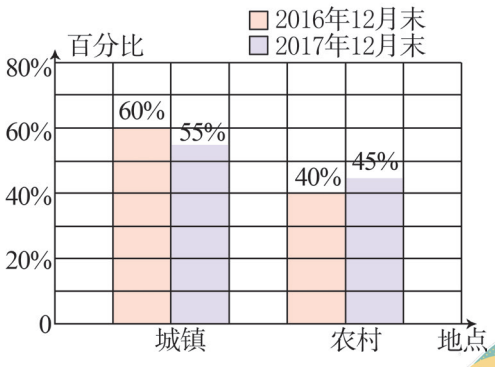
成绩	A	B	C	D	合计
人数 / 人				12	

（2）根据这些信息，你能提出什么数学问题？试着解答一下。

3. 截至 2017 年 12 月末，某县农村拥有电脑的家庭户数为 36 万户，比 2016 年 12 月末增加 6 万户。

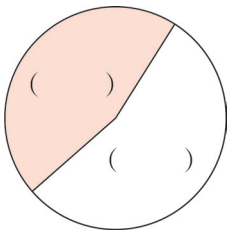
（1）2017 年 12 月末，该县拥有电脑的家庭户数共有多少？

2016年12月末和2017年12月末城乡拥有电脑的家庭户数结构统计图



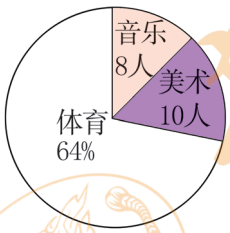
（2）2016 年 12 月末，该县农村拥有电脑的家庭户数有多少？

（3）请你画出 2017 年 12 月末该县城乡拥有电脑的家庭户数扇形统计图。



拓展练

4. 五年级一班学生参加课外活动的情况统计图如下，请你把统计表填完整。



小组	体育小组	音乐小组	美术小组
人数		8	10
占总人数的百分比	64%		

5. “点滴事小，节约事大”。妙妙每次刷牙时，不断放水 30 秒，用水 5 升；依依则用杯子接水刷牙，需要 3 杯水，每杯约 0.2 升。如果一天刷牙 2 次，那么依依比妙妙一年（按 365 天算）大约节约用水多少升？

八、数学广角——数与形

第 1 课时　数学广角——数与形

学习目标

知识要点：

1. 经历探索“由形到数”和“由数到形”的过程，体会数形结合思想在解决问题中的重要价值。
2. 发现图形中的规律，会用图形解决有关数的问题，体会数形结合的思想和极限思想。

忆旧记新知

重点　结合实例理解数形结合的思想方法。

难点　运用数形结合的方法探索规律，解决问题。

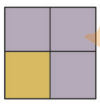
课堂点拨

教材例题解析

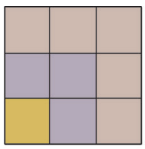
知识点 1　运用数形结合的方法探索规律

问题呈现　（教材 107 页例 1）

1=(　　)²



1+3=(　　)²



1+3+5=(　　)²

（1）观察一下，上面的图和下边的算式有什么关系？把算式补充完整。

（2）你能利用规律直接写一写吗？如果有困难，可以画图来帮助。

$1+3+5+7=(\quad)^2$

$1+3+5+7+9+11+13=(\quad)^2$

$=9^2$

解决问题

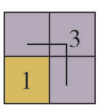
理解题意　题中给出了三个图，每个图都是用小正方形拼成的正方形。要解决的问题是：（1）观察图与算式有什么关系；（2）利用规律写一写。

方法探究　（1）

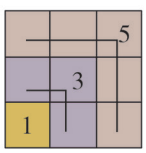
仔细观察图和算式可以发现：

①算式左边的加数是每个正方形图左下角的小正方形和其他“⌝”形图中所包含的小正方形个数之和。

1=(　　)²



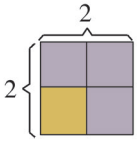
1+3=(　　)²



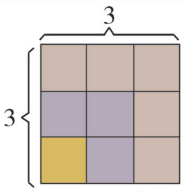
1+3+5=(　　)²

②算式和正好等于每个正方形图中每边小正方形个数的平方。

1=（1）^{2}



1+3=（2）^{2}



1+3+5=（3）^{2}

我还发现：这样摆下去，第n个图形，加数就有n个。大正方形每边就有n个小正方形。小正方形的个数就是（n^2）个。

（2）利用规律直接写一写。

“1+3+5+7”是以“1”开始的4个连续奇数相加，说明大正方形每边有4个小正方形，所以（　　）里填“4”。

“1+3+5+7+9+11+13”是从“1”开始的7个连续奇数相加，说明大正方形每边有7个小正方形，所以（　　）里就填“7”。

_____=9^2，表示大正方形每边有9个小正方形，说明左边算式是从“1”开始的9个连续奇数相加，所以横线上填“1+3+5+7+9+11+13+15+17”。

温馨提示

有些计算问题借助图形来分析可以更巧妙，更简捷。用小正方形拼大正方形，需要的小正方形个数可以写成从1开始的连续的奇数的和，正好是大正方形每边小正方形的个数的平方，也就是加数个数的平方。

规范解答

$1=(1)^2$　　$1+3=(2)^2$

$1+3+5=(3)^2$

$1+3+5+7=(4)^2$

$1+3+5+7+9+11+13=(7)^2$

$1+3+5+7+9+11+13+15+17=9^2$

知识点 2　运用数形结合的方法计算

问题呈现　（教材 107 页例 2）

计算 $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\cdots$。

你能发现什么规律？

解决问题

理解题意　题中给出了一系列分数连加，要求和是多少，并发现规律。

方法探究　（1）观察算式的特点：

（1）加数的分子都是1。
（2）从第二个加数开始，每个加数都是前一个加数的$\frac{1}{2}$。

（2）按顺序计算，观察和的特点：

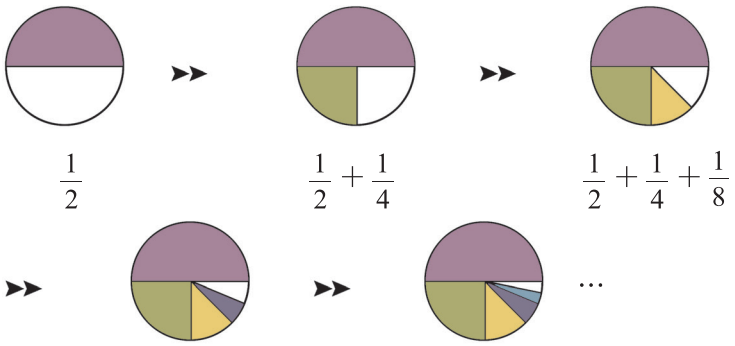
$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$　　$\frac{3}{4}+\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

$\frac{7}{8}+\frac{1}{16}=\frac{15}{16}$

对比观察，可以发现：$\frac{3}{4}$与1相差$\frac{1}{4}$，$\frac{7}{8}$与1相差$\frac{1}{8}$，$\frac{15}{16}$与1相差$\frac{1}{16}$，……，和的分子总是只比分母少1；看样子这样加下去，等号右边的分数越来越接近1。

（3）画图探究。

方法一：用一个圆表示“1”。



$\frac{1}{2}$　　$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$　　$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$

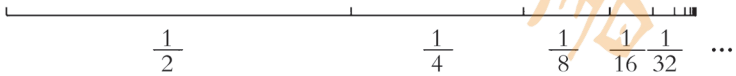
$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}$　　$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}$　…

思想方法

不断地持续加下去时，相加之和为1，这种数学思考方式体现了极限思想。

从图中可以看出，这些分数不断加下去，和就是这个圆，即1。

方法二：用一条线段表示“1”。



$\frac{1}{2}$　$\frac{1}{4}$　$\frac{1}{8}$　$\frac{1}{16}$　$\frac{1}{32}$　…

从图中也可以看出，这些分数不断加下去，和就是这条线段，即1。

规范解答　$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\cdots=1$

方法总结

1. 数形结合是学习数学的一种重要的思想方法。运用数形结合的方法，可以帮助理解计算方法，进行计算。

2. 运用数形结合的方法可以探究数学规律，借此解决问题。

易错易混剖析

例题　$1+3+5+7+9+7+5+3+1=$（　　）

错误解答　$1+3+5+7+9+7+5+3+1=81$

错误分析　运用错了知识点1中的规律，此题应分两段来求和：

$1+3+5+7+9=5^2=25$　　$7+5+3+1=4^2=16$　　$25+16=41$

正确解答　41

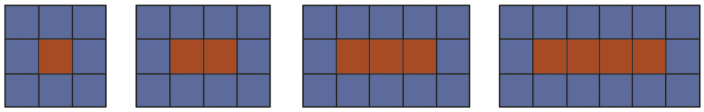
规避策略

运用知识点1中的规律求和，必须是$\underbrace{1+3+5+7+9+\cdots+(2n-1)}_{\text{从1开始的}n\text{个连续的奇数}}=n^2$。

教材习题选讲

1. 教材108页第2题

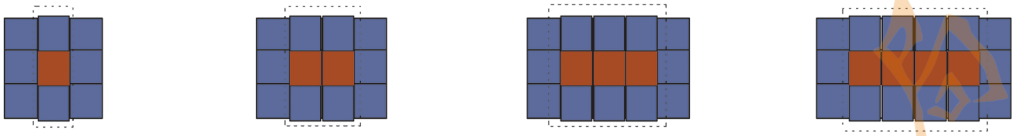
下面每个图中各有多少个红色小正方形和多少个蓝色小正方形？



红色：1　　2　　3　　4
蓝色：8　　10　　12　　14

照这样接着画下去，第 6 个图形有多少个红色小正方形和多少个蓝色小正方形？第 10 个图形呢？你能解释这其中的道理吗？

思路导引　→增加 1 个红色小正方形→增加 1 个红色小正方形→增加 1 个红色小正方形



红色：1　　2　　3　　4
蓝色：$6+2=8$　　$6+2\times2=10$　　$6+2\times3=12$　　$6+2\times4=14$

第 1 个图形有 1 个红色的小正方形和（$6+2$）个蓝色的小正方形。
第 2 个图形有 2 个红色的小正方形和（$6+2\times2$）个蓝色的小正方形。
第 3 个图形有 3 个红色的小正方形和（$6+2\times3$）个蓝色的小正方形。
……
依次类推，第 n 个图形有 n 个红色小正方形和（$6+2n$）个蓝色小正方形。
求第 6 个图形有多少个红色小正方形和多少个蓝色小正方形，就是表示 $n=6$ 的情况。
求第 10 个图形有多少个红色小正方形和多少个蓝色小正方形，就是表示 $n=10$ 的情况。

规范解答　第 6 个图形：红色小正方形有 6 个；蓝色小正方形有 $6+2\times6=18$（个）。
第 10 个图形：红色小正方形有 10 个；蓝色小正方形有 $6+2\times10=26$（个）。
答：第 6 个图形有 6 个红色小正方形和 18 个蓝色小正方形。
第 10 个图形有 10 个红色小正方形和 26 个蓝色小正方形。
道理：从第一个图形开始，后面依次都是增加 1 个红色小正方形和 2 个蓝色小正方形（共 3 个小正方形）。第 n 个图形就有 n 个红色小正方形和（$2n+6$）个蓝色小正方形。

方法总结

数与形结合归纳推理的一般步骤：先观察是按照什么规律变化的，再通过分析找到各部分的变化规律，最后利用规律解答。

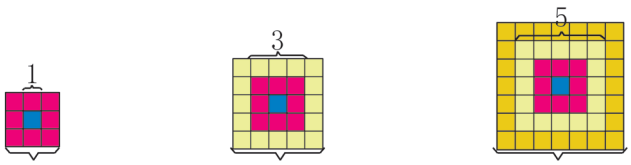
2. 教材 109 页第 1 题

下面每个图中最外圈各有多少个小正方形？

$3^2-1=8$　　$5^2-3^2=16$　　$7^2-5^2=24$

照这样的规律接着画下去，第 5 个图形最外圈有多少个小正方形？你能解释这其中的道理吗？

思路导引



每边小正方形个数：　$2\times1+1=3$　　$2\times2+1=5$　　$2\times3+1=7$

小正方形的总个数：　$(2\times1+1)^2=3^2$　　$(2\times2+1)^2=5^2$　　$(2\times3+1)^2=7^2$

最外圈小正方形个数：$(2\times1+1)^2-(2\times1-1)^2=8$　　$(2\times2+1)^2-(2\times2-1)^2=16$

$(2\times3+1)^2-(2\times3-1)^2=24$

从上面的形与数结合的规律，我们可以发现：

第 n 个图形每边小正方形个数是 $2n+1$，小正方形的总个数是 $(2n+1)^2$，最外圈小正方形个数是 $(2n+1)^2-(2n-1)^2$。

所以求第 5 个图形最外圈有多少个小正方形，就是解决 $n=5$ 的问题。

规范解答　$(2\times5+1)^2-(2\times5-1)^2=11^2-9^2=121-81=40$（个）

答：第 5 个图形最外圈有 40 个小正方形。

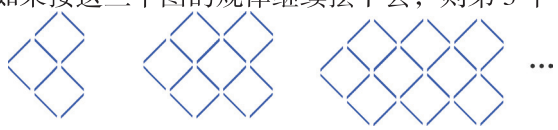
道理：第 n 个图形每边小正方形个数是 $2n+1$，小正方形的总个数是 $(2n+1)^2$，最外圈小正方形个数是 $(2n+1)^2-(2n-1)^2$。

方法总结

通过观察、分析、转化等方法找出形与数的变化规律，并用代数式表示规律，最后利用规律解答问题。

小考真题精讲

例题　苹苹用一样长的小棒摆出了右面三个图，如果按这三个图的规律继续摆下去，则第 5 个图需要(　　)根小棒；第 n 个图需要(　　)根小棒。



思路导引　观察三个图中所用小棒的根数 10 根、18 根、26 根，每个图形都比前一个图形多用 8 根小棒。

规范解答　42　$2+8n$

方法总结

观察图形中所用小棒根数，从中发现规律并用发现的规律解决问题。

课后拓展

能力点　运用数与形结合的方法探索规律

例题　找规律填空。

2

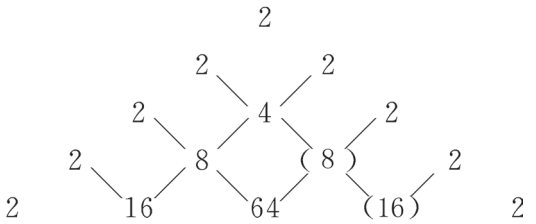
2　　2

2　　4　　2

2　　8　　(　)　　2

2　　16　　64　　(　)　　2

思路导引 从上至下外圈数字都是2，内圈数字形成一个“▽”形，即“左上角”与“右上角”两个数相乘的积等于下面的数，如图所示。



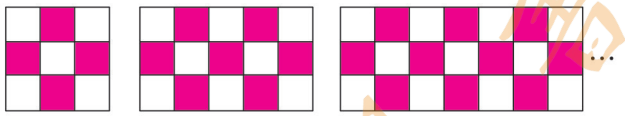
规范解答

2
2 2
2 4 2
2 8 (8) 2
2 16 64 (16) 2

秘招小练

能力练

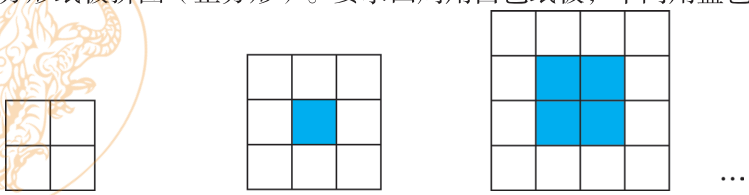
1. 用同样规格的红白两种颜色的小正方形，按如图的方式拼图，请根据图中的信息完成下列问题。



①　②　③

照这样接着拼下去，第5个图形有多少个白色小正方形和多少个红色小正方形？第10个图形呢？你能解释这其中的道理吗？

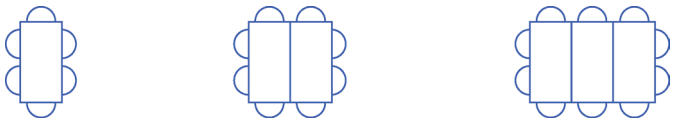
2. 如图，用小正方形纸板拼图（正方形）。要求四周用白色纸板，中间用蓝色纸板。



$2^2-0=4$　$3^2-1^2=8$　$4^2-2^2=12$　…

照这样拼下去，第6个图形有多少块白色纸板？你发现了什么规律？

3. 按下图的方式摆放餐桌和椅子。（每张桌子的长是 1 米，宽是 0.5 米。每个半圆代表 1 把椅子）



根据上图的规律完成下表。

桌子张数 / 张	1	2	3	6	
椅子把数 / 把	6	8	10		24
周长 /m	3	4	5		

4. 淘淘、黄霏霏、壮壮和龙一鸣四个人某一天上学的情景是这样的：

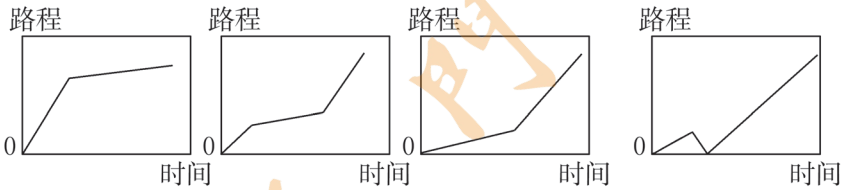
（1）淘淘家的不远处有一个农贸市场，他离家走了一段路以后就进入农贸市场，由于人多，走得比较慢，走出农贸市场后，他加快速度，一直走到学校。

（2）黄霏霏的爸爸是一位出租车司机，这天爸爸顺路带了黄霏霏一段路，然后她自己步行到学校。

（3）壮壮这天最有趣，他从家出发走了一段路以后才发现忘记带美术课要用的材料了，于是他赶紧回家，拿了材料以后就一路跑步赶到了学校。

（4）龙一鸣这天和往常一样，出门后走一段路到公交车车站，然后坐公交车到学校。

下面的四幅图中，你认为分别描述的是哪一位同学上学的情况？（填一填）说说你是怎么判断的。



（　　）　（　　）　（　　）　（　　）

拓展练

5. 找规律填空。

1

2　　4

3　　6　　9

4　　8　　12　　16

5　（　）　（　）　（　）　（　）

链阅读

第七、八单元巧巩固

复习课堂 ⑦⑧

单元知识整理

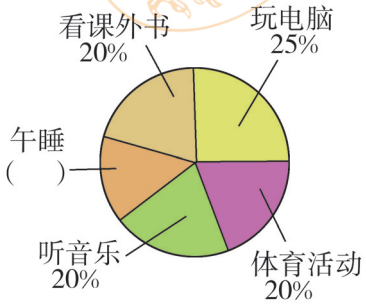
知识模块		具体内容	考点提示
扇形统计图	扇形统计图的特点和作用	扇形统计图的作用：扇形统计图可以直观清楚地表示出各部分数量与总数之间的关系。	1. 用整个圆表示总量。圆内各个扇形的大小表示各部分占总数的百分数。 2. 在同一圆内，扇形面积越大，部分量占总量的百分比越大。
	选择合适的统计图	选择合适的统计图表示数据的方法是：根据实际情况，看看需要反映数据的什么方面，从而结合各种统计图的特点来选择。	1. 要表示出各种数量的多少时，选用条形统计图。 2. 既要表示出各种数量的多少，又要表示出数量增减变化的情况时，选择折线统计图。 3. 要表示出各部分数量与总数之间的关系时，选择扇形统计图。
	利用扇形统计图解决问题	利用扇形统计图解决问题，就是解决有关不同类型的百分数问题。按照百分数问题的解题思路和解题方法进行解答。	部分量＝总量 × 部分量占总量的百分比； 总量＝部分量 ÷ 部分量对应的百分比。
数与形	借助图形来计算	许多计算问题，可以借助画图帮助我们思考，寻求计算的方法和规律。	画图时应根据算式的意义，画出符合题意的图形。
	寻找图形中数的规律	有些图形中隐藏着数的规律，要通过观察、分析图形的特点，归纳出数的规律。	观察、分析是找寻规律的最佳方法。

单元复习方法

单元易错易混题选讲

考点 利用扇形统计图解决生活问题

例题 班长对于本班同学午休时间进行了调查，其中午睡的有 6 人，具体情况如下图。



（1）这个班共有多少人？

（2）玩电脑的有多少人？

思路导引 题中给出了四个部分量占总量的百分比，但不知道它们各自对应的数量；还给出了一个具体的数量——“午睡的有 6 人”，却又不知道“午睡”人数占总量的百分比。要求“全班人数”和“玩电脑的人数”，必须先求出“全班人数”，即“总量”，也就是单位“1”的量，那么，只需找到“午睡的人数”占总量的百分比，两者相除便可求出总人数。

规范解答 （1）$6\div(1-20\%-25\%-20\%-20\%)=6\div15\%=6\div0.15=40$（人）

答：这个班共有 40 人。

（2）$40\times25\%=10$（人） 答：玩电脑的有 10 人。

方法总结

部分量 ÷ 部分量占总量的百分比＝总量（即单位“1”的量）

单元方法题选讲

考点 运用数形结合的方法解决实际问题

例题 如图，图 1 中一张长方形的纸条准备从正方形的左边水平匀速地移动到正方形的右边，每秒移动 1cm；图 2 是长方形移动过程中与正方形重叠面积的部分关系图。

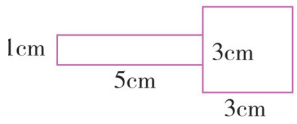


图1

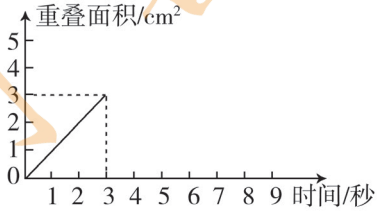
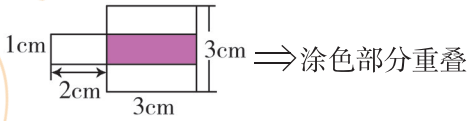


图2

（1）运动 3 秒后，重叠面积是多少？

（2）在图 2 中把长方形向右运动过程中与正方形重叠面积的关系图补充完整。

思路导引 （1）纸条运动 3 秒后向右移动 3cm，则重叠面积是长为 3cm、宽为 1cm 的小长方形面积，如图：



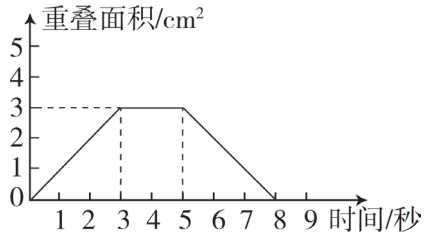
（2）在纸条运动的过程中，重叠面积从 0 开始逐渐增大，达到 $3\times1=3$（cm^2）时保持不变。最后又逐渐减小，直到为 0。列表如下：

时间 / 秒	0	1	2	3	4	5	6	7	8
重叠面积 /cm^2	0	1	2	3	3	3	2	1	0

规范解答 （1）$3\times1=3$（cm^2）

答：运动 3 秒后，重叠面积是 $3cm^2$。

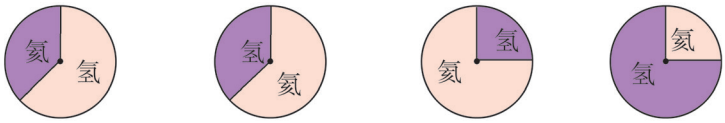
（2）



第七、八单元重点考题

1. 选一选。（将正确答案的序号填在括号里）

（1）太阳的质量约是由 75% 的氢和 25% 的氦组成的。下图第（　　）个扇形统计图能正确地表达这个信息。

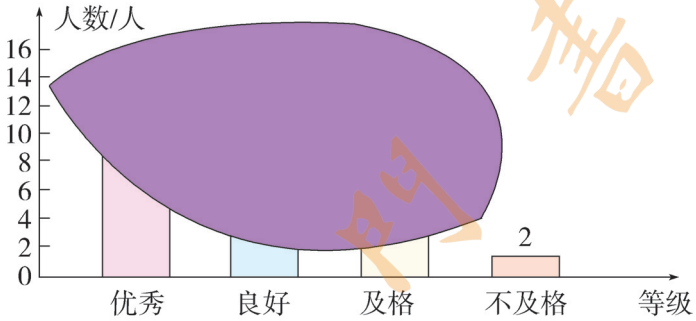


A　　B　　C　　D

（2）一种作物种植面积占总种植面积的 20%，在扇形统计图上表达这种作物面积的扇形圆心角度数是（　　）。

A.72°　　B.288°　　C.36°

2. 下图是六（1）班学生体育达标情况统计图，淘淘做作业时不小心将颜料洒在了图上。



已知：（1）这个班的体育达标率为 95%。（达标包括优秀、良好和及格）

（2）成绩“优秀”的人数占全班总人数的 25%。

（3）成绩“良好”的人数比“优秀”的人数多 $\frac{3}{5}$。

请你根据提供的条件算出“优秀”“良好”“及格”的人数，然后将统计图补充完整。

3. 计算。

$1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{8}-\frac{1}{16}-\frac{1}{32}-\frac{1}{64}$

4. 一条马路长 300m，淘淘和他的小狗分别以均匀的速度同时从马路的起点出发。当淘淘走到这条马路 $\frac{1}{4}$ 的时候，小狗已经到达马路的终点。然后小狗返回与淘淘相向而行，遇到淘淘以后再跑回终点，到达终点以后再与淘淘相向而行……直到淘淘到达终点。小狗从出发开始，一共跑了多少米？

5.（真题）分析下列图形的变化规律，然后回答下面的问题。

图形 1	图形 2	图形 3	图形 4
○	○▲ ○○	○▲▲ ○▲▲ ○○○	○▲▲▲ ○▲▲▲ ○▲▲▲ ○○○○

（1）第 5 幅图中有（　　）个○；

（2）第 10 幅图中有（　　）个▲；

（3）第 x 幅图中圆的数量正好等于第 16 幅图中三角形的数量，那么 x 的值是（　　）。

九、总复习

领域整理复习

领域一　数与代数

知识整理

知识领域	知识要点	具体内容
分数乘法	分数乘整数	1. 分数乘整数的意义：表示求几个相同加数的和的简便运算，与整数乘法的意义相同。 2. 分数乘整数的计算方法：用分子乘整数的积作分子，分母不变。能约分的可以先约分，再计算。
	分数乘分数	1. 一个数乘分数的意义：表示求一个数的几分之几是多少。 2. 分数乘分数的计算方法：用分子相乘的积作分子，分母相乘的积作分母。能约分的先约分。
	小数乘分数	小数乘分数的计算方法：（1）小数和分母能约分的，先约分再计算；（2）把小数化成分数再计算；（3）如果分数能化成有限小数的，可以先将分数化成小数再计算。
	分数乘加、乘减运算和简算	1. 分数乘加、乘减的运算顺序与整数乘加、乘减的运算顺序相同。有括号的，要先算括号里面的；没有括号的，要先算乘法，再算加、减法。 2. 整数乘法的运算定律对于分数乘法也适用。
	分数乘法的应用	1. “求一个数的几分之几是多少”的问题的解法： 一个数（单位“1”的量）× 几分之几＝部分量 2. “连续求一个数的几分之几是多少”的问题的解法： 单位“1”的量 × 几分之几 × 几分之几＝部分量 3. “求比一个数多（或少）几分之几的数是多少”的问题的解法： 方法一：单位“1”的量 ×（1± 几分之几） 方法二：单位“1”的量 ± 单位“1”的量 × 几分之几
分数除法	倒数的认识	1. 乘积是 1 的两个数互为倒数。 2. 求一个数的倒数的方法： （1）求分数的倒数：交换分子、分母的位置。（带分数要先化成假分数） （2）求整数（0 除外）的倒数：先把整数（0 除外）看作是分母是 1 的假分数，再交换分子、分母位置。 （3）求小数的倒数：先把小数化成真分数或假分数，再交换分子、分母的位置。
	分数除法	1. 分数除法的意义：与整数除法的意义相同。都是已知两个因数的积与其中一个因数，求另一个因数的运算。 2. 计算方法：除以一个不等于 0 的数，等于乘这个数的倒数。
	分数四则运算	与整数四则运算的顺序相同：含有不同级的运算，先算乘除法，再算加减法；只含同一级运算的，按从左往右的顺序依次计算；算式里有括号的，要先算括号里的。

续表

知识领域	知识要点	具体内容
分数除法	分数除法的应用	1. “已知一个数的几分之几是多少，求这个数”的问题的解法： 方法一：设单位“1”的量为 x，列方程解答。 方法二：已知量 ÷ 已知量占单位“1”的几分之几＝单位“1”的量。 2. “已知比一个数多（或少）几分之几的数是多少，求这个数”的问题的解法： 方法一：设单位“1”的量为 x，列方程解答。 方法二：已知量 ÷（1± 几分之几）＝单位“1”的量 3. “和差”“和倍”问题的解法： 先找出单位“1”的量设为 x，用含 x 的式子表示另一个量，再根据两个数的和（或差）列方程解答。 4. 工程问题的解法： 利用数量关系式求出相应数据：工作效率 × 工作时间＝工作总量 工作总量 ÷ 工作时间＝工作效率　　工作总量 ÷ 工作效率＝工作时间
比	比的意义	1. 比的意义：两个数相除又叫做两个数的比。 2. 比值：比的前项除以后项所得的商叫做比值。 3. 比与分数、除法的关系： 比的前项相当于分数的分子，除法中的被除数；比号相当于分数的分数线，除法中的除号；比的后项相当于分数的分母，除法中的除数；比值相当于分数值，除法中的商。
	比的基本性质	1. 比的基本性质：比的前项和后项同时乘或除以相同的数（0 除外），比值不变。 2. 化简比：把两个数的比化成最简单的整数比。
	比的应用	按比分配问题的解题方法：（1）先求出总份数，再求出各部分量占总量的几分之几，最后求出各部分量。（2）先求出每份是多少，再用每份数乘各部分量所占的份数，求出各部分量。
百分数	百分数的意义	表示一个数是另一个数的百分之几的数叫百分数，也叫百分率或百分比。
	百分数读、写法	写百分数时，一般不写成分数形式，而在原来的分子后面加上“%”来表示；读百分数时，先读分母，再读分子，读作“百分之……”。
	百分数和小数的互化	1. 小数化成百分数：将小数点向右移动两位，同时在后面添上百分号；位数不够，添“0”补足。 2. 百分数化成小数：去掉百分号，再将小数点向左移动两位，位数不够，添“0”补足。
	百分数和分数的互化	1. 分数化成百分数：先把分数化成小数（除不尽，通常保留三位小数），再将小数化成百分数。 2. 百分数化成分数：先把百分数化成分母是 100 的分数，再化简。
	常见的百分率	命中率＝$\frac{\text{投中的次数}}{\text{投篮次数}}\times100\%$　　出勤率＝$\frac{\text{出勤的人数}}{\text{应出勤总人数}}\times100\%$ 成活率＝$\frac{\text{成活的棵数}}{\text{种植的总棵数}}\times100\%$　　合格率＝$\frac{\text{合格的产品数}}{\text{产品总数}}\times100\%$ 发芽率＝$\frac{\text{发芽的种子数}}{\text{试验的种子总数}}\times100\%$　　及格率＝$\frac{\text{及格的人数}}{\text{考试总人数}}\times100\%$
	百分数的应用	1. “求一个数的百分之几是多少”的解题方法：一个数（单位“1”的量）× 百分之几＝部分量 2. “求一个数比另一个数多（或少）百分之几”的问题的解题方法：两个数量的差 ÷ 单位“1”的量 3. “已知比一个数多（或少）百分之几的数是多少，求这个数”的解题方法： 方法一：根据单位“1”的量 ×（1± 增减幅度）＝已知量，列方程解答。 方法二：根据单位“1”的量 ± 单位“1”的量 × 增减幅度＝已知量，列方程解答。 方法三：已知量 ÷（1± 增减幅度） 4. “已知一个数量先后两次增减变化幅度（先减少百分之几，再增加百分之几）”，求最后的变化幅度的解题方法： （1）用设数法，把单位“1”设为一个具体数或“1”来解答。 （2）按 1 解答时，最后的变化幅度为 1 与“1×（1－减少幅度）×（1＋增加幅度）”的差除以 1 所得的百分数。

考点指导

考点 1 倒数的应用

例 1 填一填。

$3\times(\quad)=0.125\times(\quad)=\frac{3}{4}\times(\quad)=1$

思路导引 观察可知：题中所有算式都是两数相乘且积为“1”，说明相乘的两个数互为倒数。那么，要填的数，自然就是各算式中已知数的倒数。

规范解答 $3\times\left(\frac{1}{3}\right)=0.125\times(8)=\frac{3}{4}\times\left(\frac{4}{3}\right)=1$

方法总结

两数相乘积为“1”的两个数互为倒数。

考点 2 求比值

例 2 求比值。

$0.3:0.5$　　$\frac{5}{4}:\frac{1}{2}$　　$150\text{g}:\frac{1}{4}\text{kg}$

思路导引 比值是比的前项除以比的后项得到的商，所以直接用除法来计算，就可求出比值；当有单位的两个量进行比较，需要求比值时，先将比的前项和后项化成相同单位的量，再求比值。

规范解答 $0.3:0.5=0.3\div0.5=0.6$　　$\frac{5}{4}:\frac{1}{2}=\frac{5}{4}\div\frac{1}{2}=\frac{5}{4}\times2=\frac{5}{2}$

$150\text{g}:\frac{1}{4}\text{kg}=150\text{g}:\left(\frac{1}{4}\times1000\text{g}\right)=150\text{g}:250\text{g}=150\div250=\frac{3}{5}$

考点 3 化简比

例 3 把下面各比化成最简单的整数比。

$8:12$　　$0.25:0.45$　　$\frac{1}{4}:\frac{1}{8}$　　$\frac{2}{3}$时：15分

思路导引 $8:12=\boxed{(8\div4):(12\div4)}=2:3$

用比的前项和后项同时除以它们的最大公因数 4，就化成了最简单的整数比。

$0.25:0.45=\boxed{(0.25\times100):(0.45\times100)}$

$=25:45=\boxed{(25\div5):(45\div5)}=5:9$

把 0.25 和 0.45 同时乘 100 得到 25：45，再化成最简单的整数比。

$\frac{1}{4}:\frac{1}{8}=\boxed{\left(\frac{1}{4}\times8\right):\left(\frac{1}{8}\times8\right)}=2:1$

用比的前项和后项同时乘它们分母的最小公倍数 8，得到 2：1，即为最简单的整数比。

$\frac{2}{3}$时：15分$=\left(\frac{2}{3}\times60\text{分}\right):15\text{分}=40\text{分}:15\text{分}=8:3$

规范解答 $8:12=(8\div4):(12\div4)=2:3$

$0.25:0.45=25:45=(25\div5):(45\div5)=5:9$

$\frac{1}{4}:\frac{1}{8}=\left(\frac{1}{4}\times8\right):\left(\frac{1}{8}\times8\right)=2:1$

$\frac{2}{3}$ 时：15 分$=\left(\frac{2}{3}\times60\text{ 分}\right)$：15 分$=40$ 分：15 分

$=(40\div5):(15\div5)=8:3$

温馨提示

化简比就是利用比的基本性质，将比化简成最简单的整数比。

考点 4 分数乘除法、百分数和比在生活中的应用

例 4 回答下列问题。（教材 113 页第 3 题）

（1）一件衬衣原价 125 元，现在降价 $\frac{1}{5}$。现在售价是多少元？

（2）一件衬衣降价 $\frac{1}{5}$ 后，售价为 100 元。这件衬衣原价是多少元？

（3）一件衬衣原价 125 元，现在降价 20%。现在售价是多少元？

（4）一件衬衣降价 20% 后，售价为 100 元。这件衬衣原价是多少元？

（5）一件衬衣售价为 100 元，一条长裤的价钱是这件衬衣的 150%，这条长裤的价钱又是一双皮鞋的 $\frac{5}{6}$。这双皮鞋售价是多少元？

（6）一件衬衣售价为 100 元，一条长裤的价钱和这件衬衣的价钱之比是 3 ∶ 2。这条长裤售价是多少元？

思路导引

（1）现在售价=原价−降价

现在售价=原价×现在售价是原价的 $\left(1-\frac{1}{5}\right)$

（2）原价（x）×现在售价是原价的 $\left(1-\frac{1}{5}\right)$=现在售价

现在售价÷现在售价是原价的 $\left(1-\frac{1}{5}\right)$=原价

（3）现在售价=原价−降价

现在售价=原价×现在售价是原价的（1−20%）

（4）原价（x）×现在售价是原价的（1−20%）=现在售价

现在售价÷现在售价是原价的（1−20%）=原价

（5）衬衣售价×长裤售价是衬衣的150%=长裤售价

皮鞋售价×长裤售价是皮鞋的 $\frac{5}{6}$=长裤售价

（6）长裤的价钱和衬衣的价钱之比是3∶2，可以把衬衣的价钱100元看成是2份，每份是100÷2=50（元），长裤的价钱是3份，就是50×3=150（元）

长裤的价钱和衬衣的价钱之比是3∶2→长裤的价钱是衬衣的 $\frac{3}{2}$→长裤的价钱是 $100\times\frac{3}{2}$

规范解答 （1）方法一：$125-125\times\frac{1}{5}=100$（元） 方法二：$125\times\left(1-\frac{1}{5}\right)=100$（元）

答：现在售价是100元。

（2）方法一：设这件衬衣原价是x元。

$\left(1-\frac{1}{5}\right)x=100$

$x=125$

方法二：$100\div\left(1-\frac{1}{5}\right)=125$（元）

答：这件衬衣原价是125元。

（3）方法一：$125-125\times20\%=100$（元）

方法二：$125\times(1-20\%)=100$（元）

答：现在售价是100元。

（4）方法一：设这件衬衣原价是x元。

$(1-20\%)x=100$

$x=125$

方法二：$100\div(1-20\%)=125$（元）

答：这件衬衣原价是125元。

（5）方法一：设这双皮鞋售价是x元。

$\frac{5}{6}x=100\times150\%$

$x=180$

方法二：$100\times150\%\div\frac{5}{6}=180$（元）

答：这双皮鞋售价是180元。

（6）方法一：$100\div2\times3=150$（元）

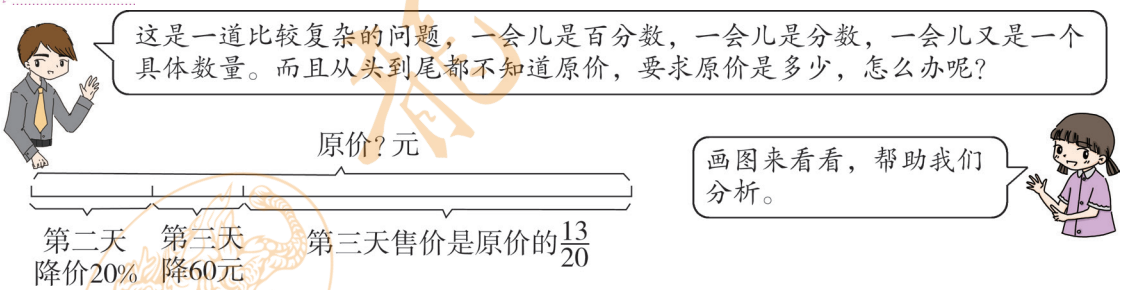
方法二：$100\times\frac{3}{2}=150$（元）

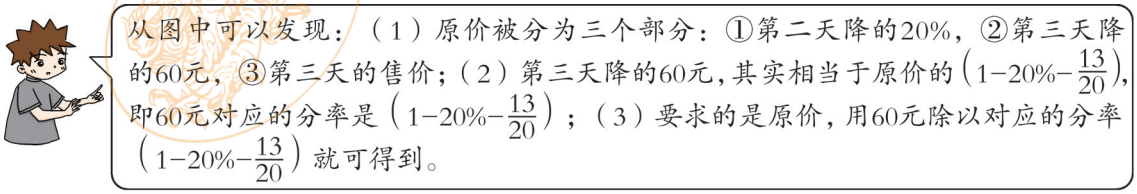
答：这条长裤售价是150元。

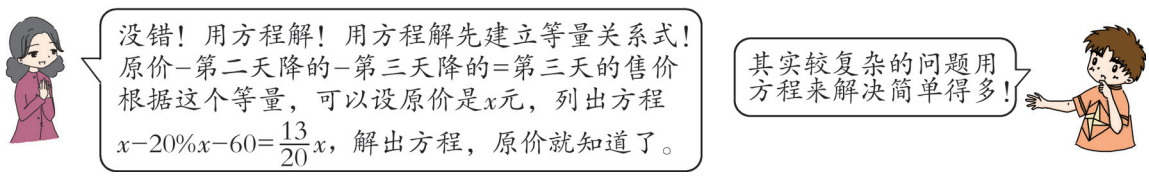
考点5 解决稍复杂的问题

例5 一件衣服，第一天按原价出售，没人来买，第二天降价20%，仍然没人买。第三天再降价60元钱，终于售出。已知第三天的售价恰好是原价的$\frac{13}{20}$。这件衣服的原价是多少？

思路导引







规范解答 方法一：

$$60\div\left(1-20\%-\frac{13}{20}\right)$$
$$=60\div\left(1-\frac{1}{5}-\frac{13}{20}\right)$$
$$=60\div\left(1-\frac{4}{20}-\frac{13}{20}\right)$$
$$=60\div\frac{3}{20}$$
$$=60\times\frac{20}{3}$$
$$=400(\text{元})$$

答：这件衣服的原价是 400 元。

方法二：设这件衣服的原价是 x 元。

$$x-20\%x-60=\frac{13}{20}x$$
$$x-\frac{1}{5}x-60=\frac{13}{20}x$$
$$x-\frac{1}{5}x-\frac{13}{20}x=60$$
$$\left(1-\frac{1}{5}-\frac{13}{20}\right)x=60$$
$$\frac{3}{20}x=60$$
$$x=400$$

方法总结

在解决较复杂的问题时，利用画线段图或列方程的方法来解答会比较简单。

例 6 百灵鸟合唱团原有 45 名学生，其中女生占 60%，后来增加了几名男生，现在合唱团的男生和女生的人数比是 7 ∶ 9。现在合唱团有多少名学生？

思路导引

题中既有百分数，又有比，还有增加人数，让人数变来变去，太复杂了。

但女生人数不变呀！可以抓住这个“不变量”，先求出来，再结合题中的数量关系逐步分析！

女生占总人数的60%，女生就是60%×45=27（名），“增加了几名男生”后男女生人数比是7∶9,说明：女生27名对应的9份，那么27÷9=3（名），每份就是3名，男生现在对应的是7份，男生就是7×3=21（名）了，自然现在合唱团的人数就是27+21=48（名）了。

规范解答 $45\times60\%=27$（名）　　$27\div9=3$（名）

$3\times7+27=48$（名）或 $3\times(7+9)=48$（名）

答：现在合唱团有 48 名学生。

方法总结

解决较复杂的问题要善于抓住题中的不变量，从“不变量”入手，逐步结合题中的数量关系，继而求出相应的答案。

领域二　图形与几何

知识整理

知识领域	知识要点	具体内容
位置与方向（二）	确定物体的位置	确定物体的位置，方向和距离两个条件缺一不可。
	在平面图上标出物体的位置	先用量角器确定方向，再以选定的单位长度为基准用直尺确定图上的距离，最后找出物体的具体位置，标上名称。
	描述路线图的方法	先按行走路线确定观测点，再确定行走方向和距离。每走一步，都要重新确定新的观测点，每一步要说清从哪里出发，向什么方向走多远的距离。
	绘制路线图的方法	1. 确定方向标和单位长度。 2. 确定起点的位置。 3. 从起点出发，根据描述确定方向和距离，每走一段，重新确定新的观测点。
圆	圆的各部分名称	1. 圆心：圆中心的一点叫做圆心，一般用字母 O 表示。 2. 半径：连接圆心和圆上任意一点的线段叫做半径，一般用字母 r 表示。 3. 直径：通过圆心并且两端都在圆上的线段叫做直径，一般用字母 d 表示。 4. 圆心决定圆的位置，半径决定圆的大小。
	圆的特征	1. 在同圆或等圆中，半径的长度都相等，直径的长度也都相等，直径的长度是半径的 2 倍，用字母表示为 $d=2r$ 或 $r=\frac{1}{2}d$。 2. 圆是轴对称图形，它有无数条对称轴。每条直径所在的直线都是圆的对称轴。
	用圆规画圆	画图的方法：（1）把圆规的两脚分开，定好两脚间的距离作为半径；（2）把带针尖的脚固定在一点上作圆心；（3）把装有铅笔的脚旋转一周，就画出一个圆。
	圆的周长	1. 圆的周长：围成圆的曲线的长度，叫做圆的周长，一般用字母 C 表示。 2. 圆周率：圆的周长与它的直径的比值叫做圆周率，一般用字母 π 表示，π 是一个无限不循环小数。一般取近似值 $\pi\approx3.14$。 3. 圆的周长计算公式：$C=\pi d$ 或 $C=2\pi r$。
	圆的面积	1. 圆的面积：圆所占平面的大小叫做圆的面积，一般用字母 S 表示。 2. 圆的面积计算公式：$S=\pi r^2$。
	圆环的面积	圆环的面积计算公式：$S_{环}=\pi R^2-\pi r^2$ 或 $S=\pi(R^2-r^2)$。
	“外方内圆”与“外圆内方”	1. “外方内圆”：这个圆的直径等于正方形的边长。如果圆的半径为 r，那么正方形和圆之间部分的面积是 $0.86r^2$。 2. “外圆内方”：这个正方形的对角线等于圆的直径，如果圆的半径为 r，那么圆与正方形之间部分的面积是 $1.14r^2$。
	扇形	1. 弧：圆上任意两点之间的部分叫做弧。 2. 扇形：一条弧和经过这条弧两端的两条半径所围成的图形叫做扇形。 3. 圆心角：由两条半径组成，顶点在圆心的角叫做圆心角。 4. 在同一个圆中，扇形的大小与这个扇形的圆心角大小有关。

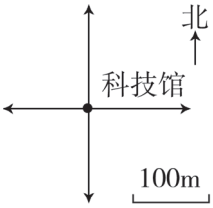
考点指导

考点 1 在平面图上确定物体的位置

例 1 在图中标出各建筑物的位置。

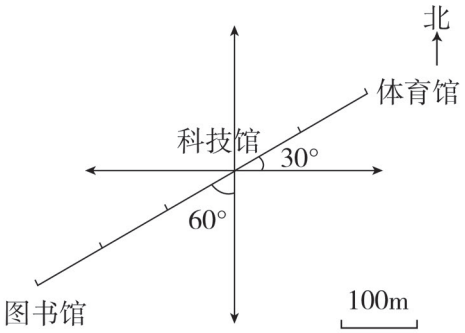
（1）体育馆在科技馆东偏北 30° 方向 200 米处。

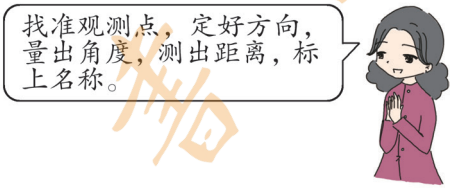
（2）图书馆在科技馆南偏西 60° 方向 300 米处。



思路导引 确定物体的位置，先要找到观测点，以观测点为中心，先用量角器确定方向（即角度），再根据单位长度量出距离。

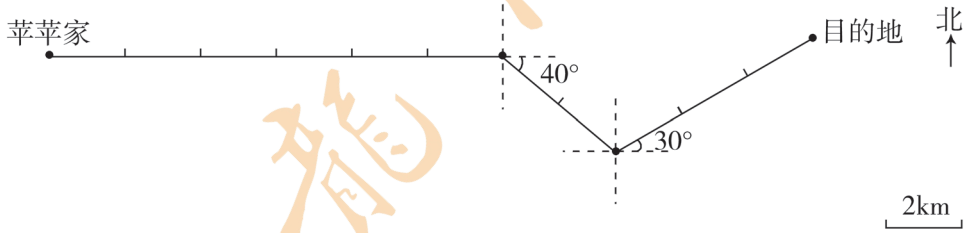
规范解答





考点 2 描述简单的行走路线

例 2 下面是苹苹去户外活动的路线图。你能描述出来吗？



思路导引 观察路线图可知，苹苹一共行走了三段路，描述路线时每走一段，就重新确定新的观测点，弄清：（1）向哪个方向走，角度多少；（2）每段路有多长。

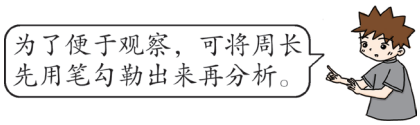
规范解答 苹苹从家出发，先向正东方向走 12km，再向东偏南 40° 方向走 4km，最后向东偏北 30° 方向走 6km 到达目的地。

方法总结

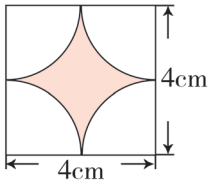
描述路线时，每走一段路必须重新确定观测点。方向、距离二者缺一不可。

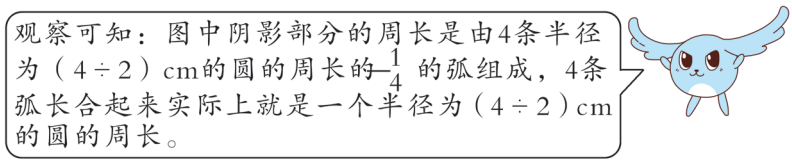
考点 3 圆的周长

例 3 求下图中阴影部分的周长。



思路导引



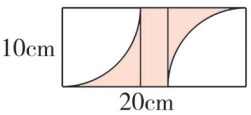


规范解答 $3.14\times(4\div2)\times2=12.56$（cm）

答：阴影部分的周长是12.56cm。

考点4 圆的面积

例4 求右图中阴影部分的面积。



思路导引 观察可知：阴影部分的面积就是从长方形的面积中减去两个$\frac{1}{4}$圆的面积。

规范解答 长方形的面积：$20\times10=200$（cm^2）

两块白色的$\frac{1}{4}$圆的面积和：$3.14\times10^2\times\frac{1}{4}\times2=157$（$cm^2$）

阴影部分的面积：$200-157=43$（cm^2）

答：阴影部分的面积是43cm^2。

考点5 圆的知识与确定位置的知识有机融合

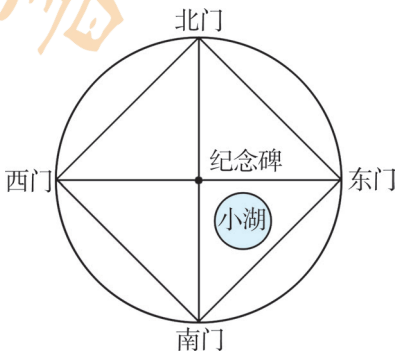
例5 一个公园是圆形布局，半径长1km，圆心处设立了一个纪念碑。公园共有四个门，每两个相邻的门之间有一条直的水泥路相通，长约1.41km。（教材113页第4题）

（1）这个公园的围墙有多长？

（2）北门在南门的什么方向？距离南门多远？

（3）如果公园里有一个半径为0.2km的圆形小湖，这个公园的陆地面积是多少平方千米？

（4）请你再提出一些数学问题并试着解决。



思路导引 （1）求公园围墙的长，运用圆的周长$=2\pi r$来解答。

（2）北门在南门的什么方向，距离南门多远，是以南门为参照点，距离为2个半径的长度。北门在南门的正北方向，距离南门2km。

（3）公园的陆地面积=公园的面积（半径为1km的圆的面积）−圆形小湖的面积（半径为0.2km的圆的面积）。（求圆环面积的方法）

（4）可以根据图形和题中的信息提出相应的数学问题。

规范解答 （1）$2\times3.14\times1=6.28$（km）

答：这个公园的围墙有6.28km长。

（2）北门在南门的正北方向，距离是2km。

（3）$3.14\times1^2-3.14\times0.2^2=3.0144$（$km^2$）

答：这个公园的陆地面积是3.0144km^2。

（4）答案不唯一，如：小湖的面积占公园面积的百分之多少？

$3.14\times0.2^2\div(3.14\times1^2)\times100\%=4\%$

答：小湖的面积占公园面积的4%。

领域三　统计与概率

知识整理

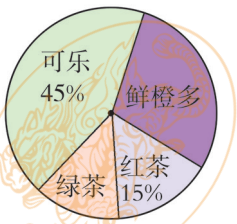
知识领域	知识要点	具体内容
扇形统计图	扇形统计图的意义	1. 用整个圆表示总数。 2. 用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分比。
	扇形统计图的特点	可以清楚地表示出各部分数量与总数之间的关系。
	利用扇形统计图分析、解决问题	横向、纵向对比，综合观察、读懂扇形统计图，结合图中反映的信息，应用百分数知识解决问题。
	选择合适的统计图	1. 常用的统计图有条形统计图、扇形统计图和折线统计图。 2. 根据实际选择合适的统计图的方法： （1）要表示出各种数量的多少时，选择条形统计图； （2）既要表示出各种数量的多少，又要表示出数量增减变化的情况时，选择折线统计图； （3）要表示出各部分数量与总数之间的关系时，选择扇形统计图。

考点指导

考点 1　运用扇形统计图解决问题

例 1　根据旺旺超市 2018 年春节期间售出各种饮料情况的统计图，完成下面的统计表。

旺旺超市 2018 年春节期间售出各种饮料情况统计图



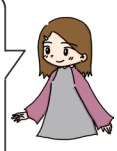
旺旺超市 2018 年春节期间售出各种饮料情况统计表

饮料	可乐	鲜橙多	红茶	绿茶
数量 / 箱		30		10

思路导引

扇形统计图中只给出了可乐和红茶占售出总数的百分比；统计表只给出了另外两种饮料的瓶数，怎么填表呢？

两样合起来就有办法了，统计表中知道鲜橙多和绿茶的箱数；从扇形统计图中已知的两种饮料的百分比可以算出鲜橙多和绿茶一共占售出总数的百分比。再用鲜橙多和绿茶的总数除以对应的占售出总数的百分比就可以求出售出的总箱数。



算出了售出饮料的总箱数，再根据可乐和红茶占总箱数的百分比自然就可以用乘法算出各自售出的数量了。

规范解答　售出的总数：（30 + 10）÷（1 − 45% − 15%）= 100（箱）

可乐：100×45% = 45（箱）

红茶：100×15% = 15（箱）

饮料	可乐	鲜橙多	红茶	绿茶
数量 / 箱	45	30	15	10

难点解读

用扇形统计图解决问题时，如果单位“1”的量是未知的，一般要先用“部分量 ÷ 对应的百分率”求出单位“1”对应的具体数量。

考点 2　选择合适的统计图

例 2　选择合适的答案填一填。

（1）要表示出六年级各班的人数，应该选用（　　）统计图；

（2）要表示出六年级（1）班在期中测试中各分数段的人数占总人数的百分比，应该选用（　　）统计图。

（3）要表示出六年级（1）班学生整个学期每次考试的平均分的变化趋势，应该选用（　　）统计图。

A. 条形　　B. 折线　　C. 扇形

思路导引　仔细读各小题，很容易发现每小题所要反映的内容是不一样的。第（1）小题重在反映各班人数的多少，最适合条形统计图；第（2）小题重在反映各分数段人数占总人数的百分比，用扇形统计图最合适；第（3）小题重在反映学生的平均分的变化趋势，故选用折线统计图最合适。

规范解答　（1）A　　（2）C　　（3）B

方法总结

选择合适的统计图，需要弄清要反映的是什么，然后结合各种统计图的特征来确定。

期末模拟

1. 填一填。

（1）0.75 =（　　）：（　　）=$\frac{(\quad)}{12}$= 12 ÷（　　）=（　　）%

（2）$\frac{6}{5}$ 与 3.6 的最简单的整数比是（　　），比值是（　　）。

（3）（　　）米比 20 米多 20%，3 吨比（　　）吨少 40%。

（4）$\frac{5}{2}$ 吨 =（　　）吨（　　）千克　　70 分 =（　　）小时

（5）在○里填上“>”“<”或“=”。

$\frac{4}{5}\times\frac{7}{9}$ ○ $\frac{4}{5}$　　$\frac{2}{3}\div\frac{3}{8}$ ○ $\frac{2}{3}$

$\frac{7}{7}\times\frac{5}{6}$ ○ $\frac{5}{6}\div\frac{7}{8}$　　$\frac{1}{5}\times\frac{3}{4}$ ○ $\frac{1}{5}\div\frac{4}{3}$

（6）50 比 80 少（　　）%，80 比（　　）少 20%。

（7）在一种盐水中，盐占 8%，那么盐与水的比是（　　）。

（8）要反映某食品中各种营养成分所占的百分比，最好选用（　　）统计图；淘淘想制作一个统计图反映他这一学期成绩变化情况，应制成（　　）统计图。

（9）把 $\frac{2}{5}$ 小时：30 分钟化成最简单的整数比是（　　），比值是（　　）。

（10）一段路，甲用 8 小时走完，乙用 6 小时走完，甲和乙所用的时间比是（　　），甲和乙的速度比是（　　）。

2. 选一选。（将正确答案的序号填在括号里）

（1）龙一鸣家在学校的东偏南 30° 方向处，则学校在龙一鸣家的（　　）。

A. 南偏东 30° 方向处　　B. 东偏南 30° 方向处

C. 西偏北 30° 方向处

（2）周长相等时，（　　）的面积最大。

A. 圆　　B. 长方形

C. 正方形

（3）把 30% 的百分号去掉，要使数的大小不变，小数点需（　　）。

A. 向左移动 2 位　　B. 向右移动 2 位

C. 不变

（4）某商店同时以 150 元的价格卖出两种商品，其中一件赚 20%，另一件亏本 20%，则商店在卖出这两件商品时（　　）。

A. 赚钱了　　B. 亏钱了

C. 不赚也不亏

（5）已知 $a\times\frac{1}{7}=b$ ：8，且 a、b 是不为 0 的自然数，则（　　）。

A.$a>b$　　B.$a<b$

C.$a=b$

3. 算一算。

（1）直接写出得数。

$\frac{1}{3} \div \frac{1}{2} =$　　$21 \times \frac{2}{7} =$　　$\frac{5}{6} \times 0 =$

$\frac{4}{7} + \frac{3}{7} \div \frac{3}{7} =$　　$12 \div \frac{3}{4} =$　　$1.25 \times \frac{4}{5} \times 8 =$

$\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) \times 20 =$　　$\frac{3}{4} \times \frac{1}{3} \div \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} =$

（2）计算下面各题，能简算的要简算。

$3 \times \left(\frac{2}{15} + \frac{1}{12}\right) - \frac{1}{4}$

$\frac{5}{6} \div \frac{5}{12} + \frac{7}{15} \times \frac{3}{7}$

$\left(\frac{3}{5} - \frac{5}{12}\right) - \left(\frac{7}{12} - \frac{2}{5}\right)$

$\left(\frac{5}{9} + \frac{13}{18}\right) \times 2 \times 9$

$\frac{7}{2} \times \frac{5}{8} - \frac{3}{2} \div \frac{8}{5}$

$\frac{4}{9} \div \left[\frac{5}{6} - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right)\right]$

（3）解方程。

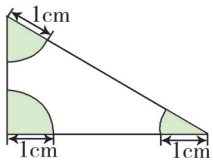
$x \div \frac{1}{8} = 15 \times \frac{2}{3}$

$x - \frac{3}{5}x = \frac{8}{9}$

$60\%x - 16 \times \frac{1}{4} = 2$

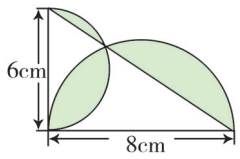
4. 按要求算一算。

（1）



求阴影部分的周长。

（2）



求阴影部分的面积。

5. 解决问题。

（1）在向贫困地区送温暖的捐款活动中，五年级同学捐款 300 元。

①六年级同学比五年级多捐 $\frac{1}{5}$，六年级同学捐款多少元？

②四年级同学比六年级少捐 $\frac{1}{4}$，四年级同学捐款多少元？

（2）用 60 厘米的铁丝围成一个等腰三角形，这个三角形中相邻两条边长度的比是 2 ∶ 5。这个三角形的底边是多少厘米？

（3）公园里有一个圆形花坛，周长是 50.24 米。为了进一步美化环境，把这个花坛的半径加长 1 米。现在这个花坛的面积比原来增加了多少平方米？

（4）（真题）某仓库存有苹果和梨共3600kg，其中苹果占总数的$\frac{1}{3}$。又存放进去一些苹果后，苹果与梨的质量比是3 ∶ 4。又放进了多少千克苹果？

（5）（真题）下面是根据某商场2017年的销售情况绘制的两种不完整的统计图。

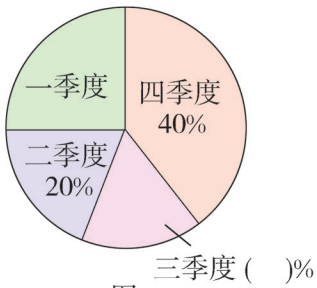


图1

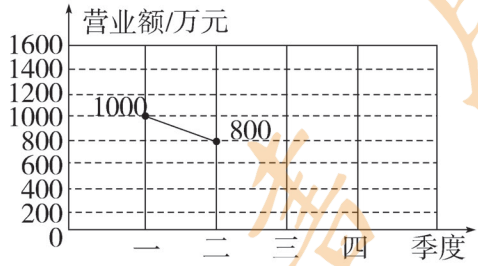


图2

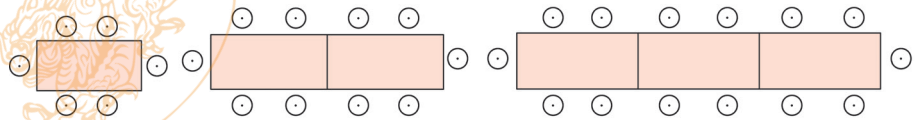
①根据图1和图2中的相关信息，可以知道该商场2017年全年销售额是（　　）万元，其中第三季度销售额是（　　）万元。

②将图1、图2补充完整。

③从图1中可以清楚地看出各季度销售额与（　　）的关系，从图2中可以清楚地反映出各季度销售额的（　　）情况。

④算一算，该商场2017年下半年销售额比上半年增长了百分之多少？

（6）按下图方式摆放餐桌和椅子。（每张桌子宽0.5m，长1m）



一张餐桌可坐6人，按照上图的方式继续排列餐桌，完成下表。

桌子张数/张	2	5	10
可坐人数/人			
周长/m			

本书习题答案

一、分数乘法

第 1 课时

1. × 改正：$5\times\frac{5}{7}=\frac{25}{7}$

× 改正：$\frac{9}{10}\times 6=\frac{9}{\cancel{10}_{5}}\times\frac{\cancel{6}^{3}}{1}=\frac{27}{5}$

2. (1)25 35 800 60 6 12

(2)< > <

(3)$\frac{2}{5}$ 4

3. 从一楼到七楼需要 6 个$\frac{4}{15}$分。

$6\times\frac{4}{15}=\frac{8}{5}$(分)

4. $\frac{12}{13}>\frac{8}{9}>\frac{5}{6}$ $a<c<b$

这三个自然数 b 最大，a 最小。

5. $\frac{1}{81}\times(2+1)\times(2+1)\times(2+1)=\frac{1}{3}$

第 2 课时

1. = > < > = =

2. 悟空：$\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$ 沙僧：$1-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}=\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$

孙悟空说的有道理。

3. $\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{4}{9}$(平方米)

4. $800\times 3\times\frac{5}{8}=1500$(元) $1500-800=700$(元)

$800\times 3\times\frac{3}{8}=900$(元) $900-800=100$(元)

C 应该给 A 700 元，给 B 100 元。

5. $\frac{1}{1\times 3}+\frac{1}{3\times 5}+\frac{1}{5\times 7}+\frac{1}{7\times 9}+\cdots+\frac{1}{17\times 19}$

$=\left(\frac{2}{1\times 3}+\frac{2}{3\times 5}+\frac{2}{5\times 7}+\frac{2}{7\times 9}+\cdots+\frac{2}{17\times 19}\right)\times\frac{1}{2}$

$=\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\cdots+\frac{1}{17}-\frac{1}{19}\right)\times\frac{1}{2}$

$=\left(1-\frac{1}{19}\right)\times\frac{1}{2}$

$=\frac{18}{19}\times\frac{1}{2}=\frac{9}{19}$

第 3 课时

1. $\frac{5}{12}$ 0.4 0.2 $\frac{9}{28}$ 1.2 0.77

2. $1\frac{1}{3}-\frac{7}{12}+\frac{9}{20}-\frac{11}{30}+\frac{13}{42}-\frac{15}{56}$

$=1+\frac{1}{3}-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)-\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{7}\right)-\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{8}\right)$

$=1+\frac{1}{3}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}-\frac{1}{7}-\frac{1}{8}$

$=1-\frac{1}{8}$

$=\frac{7}{8}$

3. $\frac{5}{8}\times(9-1)=5$(分)

4. (1)$7.5\times\frac{13}{15}=6.5$(米/秒)

(2)$6.5\times\frac{4}{5}=5.2$(米/秒)

5. $b=14$(提示：因为 $a\times\frac{b}{15}<a$，故 $b<15$，又 $a\times\frac{b}{13}>a$，故 $b>13$。b 既小于 15，又大于 13，而且是整数，那么 b 只能是 14 了。)

第 4 课时

1. × $\frac{5}{12}\times\frac{6}{7}+\frac{1}{7}$ $=\frac{5}{14}+\frac{2}{14}$ $=\frac{7}{14}=\frac{1}{2}$

× $\frac{1}{8}\times\frac{4}{5}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{8}$ $=\frac{1}{8}\times\left(\frac{4}{5}+\frac{1}{5}\right)$ $=\frac{1}{8}\times 1=\frac{1}{8}$

2. 237 20 $\frac{17}{96}$ $\frac{74}{77}$ 4 $3\frac{6}{7}$

3. 3.8 $20\frac{1}{6}$ 2 $\frac{3}{2}$ $7\frac{7}{36}$ $20\frac{5}{12}$

4. (1)$7200\times\left(\frac{4}{15}+\frac{1}{3}\right)=4320$(米)

(2)$7200\times\left(\frac{1}{3}-\frac{4}{15}\right)=480$(米)

5. 原式$=\frac{7}{4}\times\frac{1}{13}+\frac{7}{4}\times\frac{12}{13}$

$=\frac{7}{4}\times\left(\frac{1}{13}+\frac{12}{13}\right)$

$=\frac{7}{4}$

原式$=\frac{7}{23}\times\frac{3}{31}+\frac{7}{23}\times\frac{16}{31}+\frac{12}{31}\times\frac{7}{23}$

$=\frac{7}{23}\times\left(\frac{3}{31}+\frac{16}{31}+\frac{12}{31}\right)$

$=\frac{7}{23}\times 1$

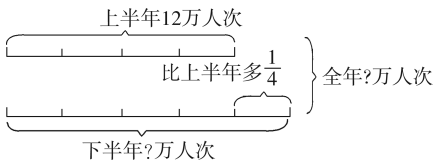
$=\frac{7}{23}$

第 5 课时

1. (1)乙数　丙数
(2)①降低了多少元
②现价相当于原价的几分之几
③现价多少元

2. (1)$18\times\frac{5}{6}\times\frac{2}{3}=10$(箱)

(2)$65\times\left(1+\frac{2}{5}\right)=91$(个)

3. 

$12+12\times\frac{1}{4}+12=27$(万人次)

4. $320\times\left(1+\frac{1}{8}\right)\times\left(1+\frac{1}{8}\right)=405$(米)

5. (1)$160\times\frac{3}{10}=48$(页)

(2)$(160-48)\times\frac{1}{2}=56$(页)

$48+56+1=105$(页)

第三天应从第 105 页读起。

6. $480\times\frac{1}{2}-480\times\frac{1}{3}=80$(千米)

第一单元重点考题

1. $\frac{7}{6}$　0.5　$\frac{3}{5}$　$875\frac{7}{8}$　4　$15\frac{5}{12}$

2. <　>　=　<　>　=

3. $30\times\frac{5}{6}\times\frac{3}{5}=15$(棵)

4. $860\times\left(1+\frac{1}{4}\right)-29.2=1045.8$(元)

5. $16\times\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\left(1+\frac{3}{4}\right)=7$(kg)

6. $480\times\frac{1}{3}=160$(米)　$(480-160)\times\frac{1}{3}=106\frac{2}{3}$(米)

160 米 $>106\frac{2}{3}$米　不一样长。

7. $2.5\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{25}$(米)

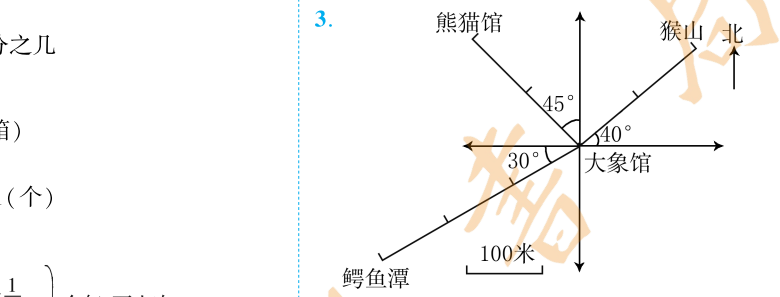
$\frac{4}{25}\times 100=16$(厘米)

二、位置与方向(二)

第 1 课时

1. (1)×　(2)×

2. (1)东　45°　1000　(2)西　北　30°　800
(3)南　西　15°　400　(4)东　南　20°　600

3. 

4. (1)西　南　30°　400
(2)东　北　30°　400

5. (1)北　西　40°　(2)正西　(3)正北

第 2 课时

1. (1)东偏南 30°　1500　北偏东 40°　900
南偏西 40°　900　西偏北 30°　1500　4800　80
(2)$4800\div 80=60$(米/分)

2. 略

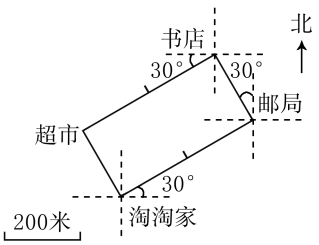
3. 从新华书店出发，先向东偏南 30°方向骑 9km 到佳美超市，再向西偏南 40°方向骑 6km 到和平广场。

4. 从龙一鸣家到淘淘家应向东偏南约 10°方向走，大约走 500 米到淘淘家。

第二单元重点考题

1. 略

2. (1)东偏北 35°　3km　东偏南 40°　2km
西偏南 6°　4km
(2)$(4+3+2)\div(5+3+10)=0.5$(千米/分)

3. 

超市在淘淘家的北偏西 30°方向上，距离是 200 米。

三、分数除法

1. 倒数的认识

1. (1)$\frac{9}{2}$　$\frac{10}{3}$　1　(2)$\frac{1}{5}$　$\frac{20}{9}$　$\frac{5}{11}$
(3)$\frac{1}{2}$　$\frac{1}{4}$
(4)①1、2、3、4　②大于 5 的数　③5
2. (1)×　(2)×　(3)×　(4)×
3. (1)√　(3)√　(4)√　(6)√
4. $\frac{13}{12}\times\frac{3}{4}=\frac{13}{16}$
5. $\frac{1}{3}$
6. 这个自然数是 4。
7. $a<c<b$

2. 分数除法

第 1 课时

1. $\frac{1}{3}$　$\frac{1}{2}$；$\frac{7}{5}$　3；$\frac{3}{8}$　$\frac{3}{4}$
2. $\frac{15}{16}\div 3=\frac{15}{16}\times\frac{1}{3}=\frac{5}{16}$(米)
3. $\frac{4}{5}\div(7+1)=\frac{1}{10}$(米)
4. $\frac{1}{60}\div 5\times 12=\frac{1}{25}$
5. $\frac{1}{8}\div a=\frac{1}{8a}$　$\frac{1}{a}\div 8=\frac{1}{8a}$　$\frac{1}{8}\div a=\frac{1}{a}\div 8$
一样大。

第 2 课时

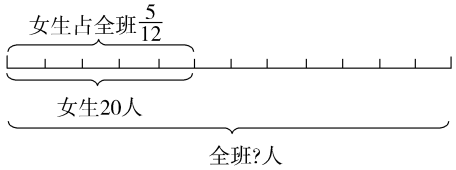
1. >　<　=　>　<　>
2. $2\div\frac{5}{6}=\frac{12}{5}$(千克)　$\frac{5}{6}\div 2=\frac{5}{12}$(米)
3. $\frac{1}{3}\div\frac{1}{30}=10$(个)　$2\times 60\div\frac{1}{30}=3600$(个)
4. $60\div\left(1-\frac{2}{3}\right)=180$(页)　$60\div\frac{2}{3}=90$(页)
$180-90=90$(页)　科技书的页数多，多 90 页。
5. (1)　$51\frac{2}{3}\div\frac{5}{3}+71\frac{3}{4}\div\frac{7}{4}+91\frac{4}{5}\div\frac{9}{5}$
$=\left(50+\frac{5}{3}\right)\times\frac{3}{5}+\left(70+\frac{7}{4}\right)\times\frac{4}{7}+\left(90+\frac{9}{5}\right)\times\frac{5}{9}$
$=50\times\frac{3}{5}+\frac{5}{3}\times\frac{3}{5}+70\times\frac{4}{7}+\frac{7}{4}\times\frac{4}{7}+90\times\frac{5}{9}+\frac{9}{5}\times\frac{5}{9}$
$=30+1+40+1+50+1$
$=123$
(2)　$1-2356\div 2356\frac{2356}{2357}$
$=1-2356\div\frac{2356\times 2357+2356}{2357}$
$=1-\overset{1}{2356}\times\frac{2357}{\underset{1}{2356}\times 2358}$
$=\frac{1}{2358}$
6. $(4+4)\div\left(1+\frac{1}{7}\right)=7$(米)

第 3 课时

1. $\frac{64}{81}$　$\frac{1}{2}$　900　950　$\frac{1}{4}$
2. $\frac{9}{2}$分$=\frac{3}{40}$时　$\frac{3}{40}\div 3\times(8-3)=\frac{1}{8}$(小时)
3. $16\div 5\times(4-1)=9.6$(m)
或 $16\times[(4-1)\div 5]=9.6$(m)
4. $36\times\frac{5}{6}\div\frac{2}{5}=75$(个)或 $36\div\frac{2}{5}\times\frac{5}{6}=75$(个)
5. $165\div\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)=990$(米)
6. $\frac{5}{12}\div\frac{5}{6}\div\frac{5}{6}=\frac{3}{5}$

第 4 课时

1.



解：设六(1)班共有 x 人。
$\frac{5}{12}x=20$　　$x=48$

2. $(76+124)\div\frac{4}{5}=250$(元)
3. $60\div\frac{2}{3}\div\frac{3}{5}=150$(次)
4. 解：设调进男职工 x 人。
$(128+x)\times\frac{2}{5}=128\times\frac{1}{4}+x$　　$x=32$
$32+128=160$(人)

第 5 课时

1. (1)$24 \div \frac{3}{4} = 32$(元)

(2)$24 \div \left(1 + \frac{1}{3}\right) = 18$(元)

2. 解:设爸爸有 x 岁。

$x - \frac{1}{4}x = 27$　　$x = 36$

3. 解:设“长征”五号火箭近地轨道运载能力为 x 吨。

$x - \frac{23}{50}x = 13.5$　　$x = 25$

4. 解:设原来大筐里有 x 个苹果,则原来小筐里有 $(x - 36)$ 个苹果。

$(x + 18)\left(1 - \frac{2}{3}\right) = x - 36 - 18$　　$x = 90$

5. $(130 + 90) \div \left(1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{4}\right) = 400$(页)

6. $5 \div \left(1 - \frac{1}{7}\right) \div \left(1 - \frac{1}{5}\right) \div \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 10\frac{15}{16}$(斗)

第 6 课时

1. 解:设这头大象的体重是 x 千克。

$x + \frac{1}{10}x = 4400$　　$x = 4000$

牛:$4000 \times \frac{1}{10} = 400$(千克)

2. 解:设这个厂有男职工 x 人。

$x - \frac{1}{5}x = 480$　　$x = 600$

3. 解:设原来壮壮有 x 枚邮票。

$x - \frac{1}{5}x = 160 \div 2$　　$x = 100$

4. 解:设这条公路全长 x 千米。

$x - \frac{2}{5}x - \left(1 - \frac{2}{5}\right) \times \frac{1}{3}x = 26$　　$x = 65$

5. 解:设六年级有男生 x 人。

$x + \left(1 - \frac{1}{11}\right)x = 152 - 5$　　$x = 77$

女生:$152 - 77 = 75$(人)

第 7 课时

1. $1 \div \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15}\right) = 6$(小时)

2. $1 \div \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{10}\right) = \frac{60}{11}$(次)　$\frac{60}{11} < 6$　能运完。

3. $\frac{1}{5} - \frac{1}{8} = \frac{3}{40}$　$60 \div \frac{3}{40} = 800$(个)

4. $1 \div \left[\frac{1}{5} + \frac{1}{5} \times \left(1 + \frac{1}{4}\right)\right] = \frac{20}{9}$(天)

第三单元重点考题

1. 15　$\frac{2}{13}$　3

2. $6 \div \left(1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}\right) = 9$(千米)

3. 解:设今年妈妈 x 岁。

$x - \frac{1}{3}x = 24$　$x = 36$　$\frac{1}{3} \times 36 = 12$(岁)

4. $1 \div \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15}\right) = 6$(套)

5. 每个梨:$11 \div 9 = \frac{11}{9}$(文)　每个果子:$4 \div 7 = \frac{4}{7}$(文)

果子的个数:$\left(\frac{11}{9} \times 1000 - 999\right) \div \left(\frac{11}{9} - \frac{4}{7}\right) = 343$(个)

梨的个数:$1000 - 343 = 657$(个)

果子的总价:$\frac{4}{7} \times 343 = 196$(文)

梨的总价:$\frac{11}{9} \times 657 = 803$(文)

四、比

第 1 课时

1. (1)3 ∶ 1　1 ∶ 3　(2)8 ∶ 9

(3)8 ∶ 5　$\frac{8}{5}$　5 ∶ 13　$\frac{5}{13}$

(4)10 ∶ 8　$\frac{5}{4}$(或 1.25)

(5)25　1　45　1

2. $\frac{5}{7}$　$\frac{3}{4}$　32

3. 丝瓜的蛋白质、脂肪含量比最高,黄瓜的蛋白质、脂肪含量比最低。

4. $1 : \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 3 : 2$

$(9 \div 3) : (10 \div 2) = 3 : 5$

第 2 课时

1. 4 ∶ 1　5 ∶ 2　5 ∶ 4

2. (1)3　14　4　3　(2)20　27　48　0.75　(3)14

3. 5 ∶ 3

4. 甲 ∶ 乙 $= \frac{5}{2} : 3 = 5 : 6$

5. 甲 ∶ 乙 ∶ 丙 $= 10 : 15 : 12$

第 3 课时

1. (1)等腰直角　(2)25　30

2. $480 \div 3 = 160$(km)　客车:$160 \times \frac{3}{3 + 5} = 60$(km)

货车：$160\times\frac{5}{3+5}=100$(km)

3. $\frac{2}{3}\div6=\frac{1}{9}$　$\left(1-\frac{2}{3}\right)\div8=\frac{1}{24}$　$\frac{1}{9}-\frac{1}{24}=\frac{5}{72}$

$\frac{5}{72}\times6=\frac{5}{12}$　$1-\frac{5}{12}=\frac{7}{12}$

甲：$3000\times\frac{5}{12}=1250$(元)

乙：$3000\times\frac{7}{12}=1750$(元)

4. 锌：$(840+120)\times\frac{1}{1+2}=320$(g)

$(840+120)\times\frac{2}{1+2}=640$(g)

铜：$640-120=520$(g)

第四单元重点考题

1. (1)2 ∶ 3　2 ∶ 5　(2)10 ∶ 1　10

(3)9　64　(4)5　3　(5)16

2. $50\div(9-7)\times(9+7)=400$(米)

3. $\frac{1}{5}:\frac{1}{8}=8:5$

4. $88\div2=44$(cm)　长：$44\times\frac{7}{7+4}=28$(cm)

宽：$44\times\frac{4}{7+4}=16$(cm)　面积：$28\times16=448$(cm^2)

5. $680\div\left[1+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\right]=320$(人)

五、圆

1. 圆的认识

1. (1)5　(2)大小　圆心　(3)3　(4)直径

2. 画图略

3. (1)淘淘应该站在圆周上任意位置。因为在同圆中有无数条半径，所有的半径长度都相等。

(2)淘淘和依依分别站在同一条直径的两端。因为同圆中有无数条直径，且直径是圆内最长的线段。

4. $(1.5\times5)\times(1.5\times2)=22.5$($cm^2$)

5. 略

6. 1 ∶ 1(提示：运用旋转，将阴影部分旋转到一块，则空白部分与阴影部分各占圆的一半。)

2. 圆的周长

1. $3.14\times2+2\times6=18.28$(cm)

$3.14\times4\times2=25.12$(cm)　$3.14\times8\div2+3.14\times(8\div2)\div2+8\div2=22.84$(cm)

2. $(50.74-0.5)\div(2\times3.14\times0.5)=16$(周)

3. $2\times3.14\times(60+10)\div6=\frac{1099}{15}$(cm)

$\frac{1099}{15}\times9\div3.14\div2=105$(cm)

$105-70=35$(cm)

4. 左图：$8\times3.14+8\times3+30=79.12$(cm)

右图：$8\times3.14+8\times6+30=103.12$(cm)

5. $3.14\times20=62.8$(cm)

(提示：小圆的直径和是大圆直径，所以所有小圆的周长和就是大圆的周长)

3. 圆的面积

1. $3.14\times1600^2=8038400$(平方千米)

2. (1)$3.14\times60\times2=376.8$($cm^2$)

(2)$(6+8)\times6.8\div2-3.14\times(6.8\div2)^2\div2=29.4508$($cm^2$)

3. $41.4\div2\div(3.14+1)=5$(cm)

$57.96\div2\div(3.14+1)=7$(cm)

$3.14\times(7^2-5^2)=75.36$($cm^2$)

4. $3.14\times(100\div2)=157$(cm^2)

5. $(5+10)\times5\div2=37.5$(平方厘米)

(提示：平移后阴影部分就是一个上底为 5 厘米，下底为 10 厘米，高为 5 厘米的梯形)

4. 扇形

1. AC

2. ACD

3. 略

4. $3.14\times6^2\times\frac{120°}{360°}=37.68$($dm^2$)

5. $C_{圆}=2\times3\times12=72$(cm)

$C_{扇}=2\times3\times12\times\frac{60°}{360°}+12\times2=36$(cm)

$36\div72=\frac{1}{2}$

第五单元重点考题

1. (1)3.5　(2)1 ∶ 3　1 ∶ 3　1 ∶ 3　1 ∶ 9

(3)19　(4)19.625

2. (1)$8\times8\div2=32$(cm^2)

(2)$20\times(20\div2)-3.14\times(20\div2)^2\div2=43$($dm^2$)

3. (1)$3.14\times(4\div2)^2=12.56$(平方米)

(2)$3.14\times4\div0.5\approx25$(人)

(3)$3.14\times(4\div2)^2-3.14\times(2\div2)^2=9.42$(平方米)

4. (1)$3.14\times6\div2=9.42$(m)

(2)$[3.14\times(6\div2+1)^2-3.14\times(6\div2)^2]\div2=10.99$($m^2$)

5. $r^2=1\times1\div2=\frac{1}{2}$($m^2$)　$3.14\times\frac{1}{2}=1.57$($m^2$)

6. A区域面积：$\pi\times\left[\left(\frac{8}{2}\right)^2-\left(\frac{4}{2}\right)^2\right]=12\pi$（平方厘米）

每平方厘米存储量：$150\div(12\pi)=\frac{25}{2\pi}$（兆）

B区域面积：$\pi\times\left[\left(\frac{12}{2}\right)^2-\left(\frac{8}{2}\right)^2\right]=20\pi$（平方厘米）

B区域可以刻上的文件容量：$\frac{25}{2\pi}\times20\pi=250$（兆）

7. (1)$3.14\times100+100\times2=514$(m)

(2)$3.14\times70+100\times2=419.8$(m)

(3)$514-419.8=94.2$(m)

六、百分数(一)

第1课时

1. (1)100%　(2)4.7%　百分之九十八点三

2. 左图　阴影部分：20%　空白部分：80%

中图　阴影部分：68%　空白部分：32%

右图　阴影部分：33.5%　空白部分：66.5%

3. (2)△

4. (1)依依每天阅读课外书的时间占每天总时间的$\frac{10}{100}$。

(2)苹苹捐书的本数占淘淘捐书本数的$\frac{180}{100}$。

5. 无法判断，因为各班的总人数不知道，故而无法判断。

第2课时

1.

6%	30%	40%	52%	75%	90%
$\frac{3}{50}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{13}{25}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{10}$
0.06	0.3	0.4	0.52	0.75	0.9

2. $1\div(1-93.75\%)-1=15$(题)

3. $510\times85\%=433.5$(千克)

$510\div85\%=600$(千克)

4. $[6400\times40\%\times30+6400\times(1-40\%)\times30\times(1-16\%)]\div6400=27.12$(元)

5. $120\div\left(1-\frac{1}{2}-30\%\right)=600$(米)

甲队：$600\times\frac{1}{2}=300$(米)　乙队：120米

丙队：$600\times30\%=180$(米)

$300>180>120$　甲队修得最长。

6. $1\div\left(1+\frac{1}{9}\right)=0.9=90\%$

第3课时

1. (1)16.7　(2)33.3

2. (1)$120\div60\%=200$(千米)

(2)$200\times(1-60\%)=80$(千米)

3. 解：设5月初售价为1。

$1\times(1-15\%)\times(1+20\%)=1.02$

7月初的售价和5月初的售价比是涨了，涨的幅度是：$(1.02-1)\div1=0.02=2\%$

4. 解：设1月初价格为1。

$1\times(1+10\%)\times(1+10\%)=1.21$

$(1.21-1)\div1=0.21=21\%$

5. 解：设原来甲商品单价是x元，则原来乙商品单价是$(100-x)$元。

$(1-10\%)x+(1+5\%)(100-x)=100\times(1+2\%)$

$x=20$　$100-20=80$(元)

6. 解：设去年成活树木的数量为1。

$1\times(1+70\%)\times90\%=1.53$

$1.53\div1=1.53=153\%$

7. 解：设这桶油有x千克。

$(1-20\%\times2)x-5=55$　$x=100$

8. $[3\times(1+20\%)]:[2\times(1+30\%)]=18:13$

$42\div\left(1-\frac{2}{5}-\frac{2}{5}\times\frac{13}{18}\right)=135$(千米)

9. 解：设参加活动小组的人数为x人。

$(55\%+65\%-1)x=6$　$x=30$

设六(3)班有学生y人。

$75\%y=30$　$y=40$

第六单元重点考题

1. (1)6　(2)$\frac{1}{4}$　1　4　6　25　(3)37.5　10

2. (1)×　(2)×　(3)√

3. (1)$(100\times95\%+25)\div(100+25)\times100\%=96\%$

(2)解：设原计划建污水处理池投资x万元。

$x-20\%x=48$　$x=60$

(3)解：设运来的橘子有x千克。

$(1+20\%)x=600$　$x=500$

$600-500=100$(千克)

(4)$1\times100\times39\%=39$(元)

$5\times100\times30\%=150$(元)

$10\times100\times31\%=310$(元)

$39+150+310=499$(元)

(5)$2000\times(1-15\%)\times(1-10\%)=1530$(元)

(6)解：设这堆河沙有x吨。

$\left(1-30\%-30\%\times\frac{3}{2}\right)x=60$　$x=240$

七、扇形统计图

第1课时

1. (1)扇形　(2)折线　(3)条形

2. (1)

成绩	A	B	C	D	合计
人数/人	54	30	24	12	120

(2)答案不唯一,如:①A 等级的人数比 B 等级的人数多百分之多少?

(45% − 25%) ÷ 25% = 0.8 = 80%

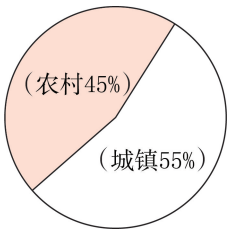
②C 等级的人数比 B 等级的少百分之多少?

(25% − 20%) ÷ 25% = 0.2 = 20%

3. (1)36 ÷ 45% = 80(万户)

(2)36 − 6 = 30(万户)

(3)2017 年 12 月末该县城乡拥有电脑的家庭户数扇形统计图如下:



4.

小组	体育小组	音乐小组	美术小组
人数	32	8	10
占总人数的百分比	64%	16%	20%

5. (5 × 2 − 3 × 0.2 × 2) × 365 = 3212(升)

八、数学广角——数与形

第 1 课时

1. 第 5 个图形有 17 个白色小正方形和 16 个红色小正方形。

第 10 个图形有 32 个白色小正方形和 31 个红色小正方形。从第 2 个图形开始,后一个图形依次比前一个图形增加 3 个白色小正方形和 3 个红色小正方形,第 n 个图形有 $(3n+2)$ 个白色小正方形和 $(3n+1)$ 个红色小正方形。

2. 24 块。 我发现的规律是:第 n 个图形每边白色小正方形块数是 $n+1$,蓝色小正方形块数是 $(n-1)^2$;白色小正方形的块数是 $(n+1)^2-(n-1)^2$。

3. 10 16 8 12

4. 黄霏霏 淘淘 龙一鸣 壮壮

5. 10 15 20 25(提示:后面的数依次是第 1 个数的 2 倍、3 倍、4 倍、5 倍)

第七、八单元重点考题

1. (1)D (2)A

2. 六(1)班全班人数:2 ÷ (1 − 95%) = 40(人)

"优秀"人数:40 × 25% = 10(人)

"良好"人数:$10\times\left(1+\frac{3}{5}\right)=16$(人)

"及格"人数:40 − 2 − 10 − 16 = 12(人)

补画统计图略

3. $\frac{1}{64}$

4. $300\times\left(1\div\frac{1}{4}\right)=1200$(m)

5. (1)9 (2)81

(3)113(提示:$2x-1=(16-1)\times(16-1)$ $x=113$)

九、总复习

期末模拟

1. (1)3 4 9 16 75 (2)1 ∶ 3 $\frac{1}{3}$

(3)24 5 (4)2 500 $\frac{7}{6}$

(5)< > < = (6)37.5 100 (7)2 ∶ 23

(8)扇形 折线 (9)4 ∶ 5 $\frac{4}{5}$

(10)4 ∶ 3 3 ∶ 4

2. (1)C (2)A (3)A (4)B (5)B

3. (1)$\frac{2}{3}$ 6 0 $1\frac{4}{7}$ 16 8 1 $\frac{1}{9}$

(2)$\frac{2}{5}$ $2\frac{1}{5}$ 0 23 $\frac{5}{4}$ $\frac{4}{3}$

(3)$x=\frac{5}{4}$ $x=\frac{20}{9}$ $x=10$

4. (1)1 × 6 + 2 × 3.14 × 1 ÷ 2 = 9.14(cm)

(2)3.14 × (6 ÷ 2)² ÷ 2 + 3.14 × (8 ÷ 2)² ÷ 2 − 6 × 8 ÷ 2 = 15.25(cm²)

5. (1)①$300\times\left(1+\frac{1}{5}\right)=360$(元)

②$360\times\left(1-\frac{1}{4}\right)=270$(元)

(2)三角形三条边长的比为 2 ∶ 5 ∶ 5。

$60\times\frac{2}{2+5+5}=10$(厘米)

(3)50.24 ÷ 3.14 ÷ 2 = 8(米)

3.14 × (1 + 8)² − 3.14 × 8² = 53.38(平方米)

(4)梨:$3600\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=2400$(kg)

苹果:$3600\times\frac{1}{3}=1200$(kg)

放入苹果:2400 ÷ 4 × 3 − 1200 = 600(kg)

(5)①4000 600 ②画图略

③年销售总额 增减变化

④(600 + 1600 − 1000 − 800) ÷ (1000 + 800) × 100% ≈ 22.2%

(6)

桌子张数/张	2	5	10
可坐人数/人	10	22	42
周长/m	5	11	21

教材习题答案

一、分数乘法

教材 2 页“做一做”

1. $\boxed{\frac{3}{10}}\times 3=\boxed{\frac{9}{10}}(\text{kg})$

2. $\frac{2}{15}\times 4=\frac{8}{15}$　$\frac{5}{12}\times 8=\frac{10}{3}$　$2\times\frac{3}{4}=\frac{3}{2}$

教材 3 页“做一做”

$\boxed{3}\times\boxed{\frac{3}{10}}=\boxed{\frac{9}{10}}(\text{kg})$

教材 4～5 页“做一做”

1. (1)$\boxed{\frac{4}{5}}\times\boxed{\frac{1}{2}}$　(2)$\boxed{\frac{7}{12}}\times\boxed{\frac{4}{7}}$

2. $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$　$\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{8}{15}$　$\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{16}$

3. $20\times\frac{1}{3}=\frac{20}{3}(\text{m}^2)$

教材 5 页“做一做”

1. $\frac{4}{7}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{7}$　$\frac{8}{9}\times\frac{3}{10}=\frac{4}{15}$　$6\times\frac{11}{12}=\frac{11}{2}$

2. $\frac{2}{3}$分钟飞行：$\frac{3}{10}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{5}(\text{km})$

   5 分钟飞行：$\frac{3}{10}\times 5=\frac{3}{2}(\text{km})$

3. $28\times\frac{2}{35}=\frac{8}{5}(\text{m})$

练习一（教材 6～7 页）

1. (1)$\frac{3}{4}\times 4=3$　(2)$\frac{5}{8}\times 3=\frac{15}{8}$

2. $\frac{1}{2}\times 5=\frac{5}{2}$（勺）

3. 50 年能长高：$\frac{7}{100}\times 50=\frac{7}{2}(\text{m})$

   100 年能长高：$\frac{7}{100}\times 100=7(\text{m})$

4. (1)$\frac{1}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{20}(\text{t})$　(2)$\frac{3}{8}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{32}(\text{m})$

5. $\frac{3}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{3}{10}(\text{kg})$

6. 第一个算式错。

   改正：$4\times\frac{4}{7}=\frac{4\times 4}{7}=\frac{16}{7}$

   第二个算式错。

   改正：$\frac{7}{10}\times\frac{6}{5}=\frac{7}{\cancel{10}_{5}}\times\frac{\cancel{6}^{3}}{5}=\frac{21}{25}$

7. $\frac{2}{9}\times\frac{3}{5}=\frac{2}{15}$　$\frac{6}{7}\times\frac{7}{9}=\frac{2}{3}$

   $\frac{5}{8}\times\frac{4}{15}=\frac{1}{6}$　$\frac{9}{20}\times\frac{5}{21}=\frac{3}{28}$

   $\frac{6}{5}\times\frac{5}{3}=2$　$\frac{7}{25}\times\frac{15}{14}=\frac{3}{10}$

   $\frac{3}{11}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{22}$　$\frac{19}{50}\times\frac{10}{19}=\frac{1}{5}$

8. $2500\times\frac{53}{125}=1060(\text{m}^2)$

9. $2000\times\frac{1}{4}=500$（只）

10. $26\times\frac{7}{13}=14(\text{km})$

11. $40\times\frac{11}{20}=22$（种）

12. (1)$80\times\frac{4}{5}=64(\text{kg})$

    (2)$9200\times\frac{2}{5}=3680$（万吨）

13. 分析：我们可以先求出王明的最大的负重量，然后用王明现在书包的质量和王明最大的负重量比较，看是否超重。

    解答：(1)$30\times\frac{3}{20}=\frac{9}{2}(\text{kg})$　$5\text{kg}>\frac{9}{2}\text{kg}$

    王明的书包超重。

    (2)根据自己体重计算，然后和自己书包质量比较。

教材 8 页“做一做”

1. $1.2\times\frac{3}{5}=0.72$　$2.5\times\frac{3}{5}=1.5$

   $1.4\times\frac{5}{6}=\frac{7}{6}$　$2.4\times\frac{5}{6}=2$

教材 9 页“做一做”

1. $\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}\times 3=\frac{2}{3}\times 3\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$（运用了乘法交换律）

   $\left(\frac{8}{9}+\frac{4}{27}\right)\times 27=\frac{8}{9}\times 27+\frac{4}{27}\times 27=24+4=28$（运用了乘法分配律）

   $87\times\frac{3}{86}=(86+1)\times\frac{3}{86}=86\times\frac{3}{86}+1\times\frac{3}{86}=3+\frac{3}{86}=3\frac{3}{86}$（运用了乘法分配律）

2. $\frac{1}{50}\times 42\times 100=84(\text{t})$ 或 $\frac{1}{50}\times 100\times 42=84(\text{t})$

练习二（教材 10～12 页）

1. $\frac{27}{50}\times 2=\frac{27}{25}$　$\frac{11}{28}\times\frac{8}{33}=\frac{2}{21}$　$\frac{20}{39}\times 7.8=4$

$\frac{7}{18}\times 0.36=0.14$　$\frac{5}{54}\times 6=\frac{5}{9}$　$\frac{9}{16}\times 0.3=\frac{27}{160}$

2. $1.38\times\frac{1}{6}=0.23$(万立方米)

3. $2.5\times\frac{12}{25}=1.2$(m)

4. $2.5\times\frac{4}{5}=2$(kg)

5. 第一个算式不对。

改正:$5-3\times\frac{7}{9}=5-\frac{7}{3}=\frac{8}{3}$

第二个算式不对。

改正:$\frac{4}{11}+\frac{2}{11}\times\frac{11}{6}=\frac{4}{11}+\frac{1}{3}=\frac{23}{33}$

6. $\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}+1=1\frac{1}{5}$　$\frac{5}{7}-\frac{5}{9}\times\frac{5}{7}=\frac{20}{63}$

$1-\frac{5}{7}\times\frac{21}{25}=\frac{2}{5}$　$\frac{1}{2}+\frac{5}{4}\times\frac{4}{5}=1\frac{1}{2}$

$\frac{1}{6}\times\left(5-\frac{2}{3}\right)=\frac{13}{18}$　$\frac{7}{8}\times 7+\frac{3}{8}=\frac{13}{2}$

7. 三角形的面积:$\frac{3}{4}\times\frac{4}{9}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$($m^2$)

梯形的面积:$\left(\frac{11}{18}+\frac{8}{9}\right)\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$($m^2$)

8. $\frac{1}{4}\times 9+\frac{1}{4}\times 11=5$(张)

或$\frac{1}{4}\times(9+11)=5$(张)

9. $\frac{9}{10}-\frac{5}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{20}$($m^2$)

10. $\frac{8}{7}\times 25\times\frac{7}{8}=25\times\boxed{\frac{8}{7}}\times\boxed{\frac{7}{8}}=25$

$\left(14+\frac{7}{2}\right)\times\frac{1}{14}=\boxed{14}\times\boxed{\frac{1}{14}}+\boxed{\frac{7}{2}}\times\boxed{\frac{1}{14}}=\frac{5}{4}$

$\frac{1}{12}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{12}\times\frac{1}{3}=\boxed{\frac{1}{12}}\times\left(\boxed{\frac{2}{3}}+\boxed{\frac{1}{3}}\right)=\frac{1}{12}$

11. $\frac{2}{9}-\frac{7}{16}\times\frac{2}{9}=\left(1-\frac{7}{16}\right)\times\frac{2}{9}=\frac{1}{8}$

$\frac{2}{5}\times 4\times\frac{3}{4}=\frac{2}{5}\times\left(4\times\frac{3}{4}\right)=\frac{6}{5}$

$\frac{5}{7}\times 16\times\frac{21}{5}=\frac{5}{7}\times\frac{21}{5}\times 16=48$

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{15}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{15}+\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{5}$

$\frac{4}{5}\times\frac{7}{9}\times\frac{5}{8}=\frac{4}{5}\times\frac{5}{8}\times\frac{7}{9}=\frac{7}{18}$

$\frac{5}{6}\times\frac{5}{9}+\frac{5}{9}\times\frac{1}{6}=\frac{5}{9}\times\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{6}\right)=\frac{5}{9}$

12. $\frac{11}{24}\times 16=\frac{22}{3}$　$\frac{1}{4}\times\frac{2}{7}=\frac{1}{14}$

$\frac{7}{12}\times 6+\frac{5}{12}\times 6=\left(\frac{7}{12}+\frac{5}{12}\right)\times 6=6$

$\frac{3}{5}\times\frac{5}{6}=\frac{1}{2}$　$\frac{5}{13}\times\frac{4}{7}\times 14=\frac{40}{13}$

$\frac{4}{9}\times 5\times 18=\frac{4}{9}\times 18\times 5=40$

13. $\frac{1}{2}\times 25\times 4=50$(kg)

14. 分析:可以先算出每天可回收利用的垃圾大约是多少吨,再算 15 天可回收利用的垃圾是多少吨。或者先算出 15 天一共回收生活垃圾多少吨,再算这些天中一共可回收利用的垃圾约是多少吨。

解答:$\frac{1}{3}\times 70\times 15=350$(吨)

或$\frac{1}{3}\times(70\times 15)=350$(吨)

15. $6670\times\frac{9}{10}+297=6300$(km)

16*. (1)15　(2)6　(3)5

17*. $30+\left(30-\frac{1}{2}\times 2\right)=59$(kg)

或 $30\times 2-\frac{1}{2}\times 2=59$(kg)

教材 14 页“做一做”

$36\times\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}=9$(名)或$36\times\left(\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}\right)=9$(名)

教材 15 页“做一做”

$80-80\times\frac{1}{8}=70$(分贝)或$80\times\left(1-\frac{1}{8}\right)=70$(分贝)

练习三(教材 16 页)

1. $50\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{40}=\frac{1}{2}$(厘米)或$50\times\left(\frac{2}{5}\times\frac{1}{40}\right)=\frac{1}{2}$(厘米)

2. $40\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}=20$(年)或$40\times\left(\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\right)=20$(年)

3. $32\times\frac{5}{8}\times\frac{3}{4}=15$(天)或$32\times\left(\frac{5}{8}\times\frac{3}{4}\right)=15$(天)

4. $236\times\left(1-\frac{109}{118}\right)=18$(次)或$236-236\times\frac{109}{118}=18$(次)

5. $21\times\left(1+\frac{1}{3}\right)=28$(天)或$21+21\times\frac{1}{3}=28$(天)

6. $16\times\left(1-\frac{1}{4}\right)=12$(亿吨)或$16-16\times\frac{1}{4}=12$(亿吨)

7. $430\times\left(1-\frac{36}{43}\right)=70$(千米/时)

或 $430-430\times\frac{36}{43}=70$(千米/时)

整理和复习（教材 17 页）

1. 分数乘法的计算方法：分数乘整数，用分子和整数的积作分子，分母不变；分数乘分数，用分子相乘的积作分子，用分母相乘的积作分母，能约分的先约分，再计算比较简便。

$\frac{8}{15}\times 5=\frac{8}{3}$　$2.4\times\frac{3}{8}=0.9$　$\frac{7}{18}\times\frac{9}{14}=\frac{1}{4}$

2. $\frac{1}{3}\times\frac{5}{16}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}\times\frac{5}{16}=\frac{1}{16}$（运用了乘法交换律）

$\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{3}\right)\times 15=\frac{1}{5}\times 15+\frac{2}{3}\times 15=13$（运用了乘法分配律）

$\frac{4}{7}\times\frac{5}{9}+\frac{3}{7}\times\frac{5}{9}=\left(\frac{4}{7}+\frac{3}{7}\right)\times\frac{5}{9}=\frac{5}{9}$（运用了乘法分配律）

3. $1608\times\left(1+\frac{1}{2}\right)=2412$（小时）

或 $1608+1608\times\frac{1}{2}=2412$（小时）

练习四（教材 18 页）

1. （1）$\frac{7}{8}\times\frac{5}{14}=\frac{5}{16}$　$\frac{7}{8}\times 1=\frac{7}{8}$　$\frac{7}{8}\times\frac{4}{3}=\frac{7}{6}$

（2）$\frac{7}{10}\times\frac{5}{3}=\frac{7}{6}$　$1\times\frac{5}{3}=\frac{5}{3}$　$\frac{6}{5}\times\frac{5}{3}=2$

一个数乘真分数，积一定小于这个数；一个数乘 1，积一定等于这个数；一个数乘假分数（1 除外），积一定大于这个数。

2. $\frac{4}{17}\times 5=\frac{20}{17}$　$\frac{25}{39}\times\frac{13}{30}=\frac{5}{18}$

$\frac{7}{9}\times\frac{2}{3}-\frac{2}{9}=\frac{8}{27}$　$\frac{5}{16}\times\frac{8}{15}=\frac{1}{6}$

$\frac{6}{11}\times\frac{7}{15}\times 10=\frac{28}{11}$　$\frac{19}{100}\times\frac{3}{8}\times 50=\frac{57}{16}$

3. $\frac{5}{18}\times 4\times\frac{9}{10}=\frac{5}{18}\times\frac{9}{10}\times 4=1$

$\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{9}\right)\times 3.6=\frac{1}{4}\times 3.6+\frac{2}{9}\times 3.6=1.7$

$19\times\frac{4}{9}=(18+1)\times\frac{4}{9}=18\times\frac{4}{9}+1\times\frac{4}{9}=8\frac{4}{9}$

4. （1）$225\times\frac{1}{5}=45$（kg）

（2）$225+225\times\frac{1}{5}=270$（kg）

或 $225\times\left(1+\frac{1}{5}\right)=270$（kg）

5. $20\times\frac{9}{10}\times\frac{2}{3}=12$（棵）或 $20\times\left(\frac{9}{10}\times\frac{2}{3}\right)=12$（棵）

二、位置与方向（二）

教材 20 页“做一做”

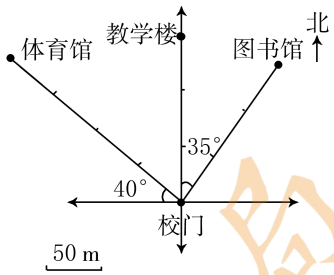
（1）东　25°　400

（2）东　南　30°　200

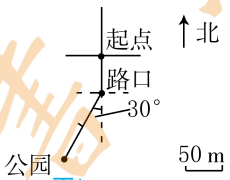
（3）西　南　40°　600

（4）西　北　40°　600

教材 21 页“做一做”



教材 22 页“做一做”



练习五（教材 23 ~ 27 页）

1. 沈阳在北京的东偏北约 25°方向，海口在北京南偏西约 10°方向，昆明在北京的南偏西约 40°方向，乌鲁木齐在北京的西偏北约 15°方向，西安在北京的南偏西约 45°方向。

2. （1）正西　400

（2）北　西　45°　300（或西　北　45°　300）

（3）东　北　30°　300

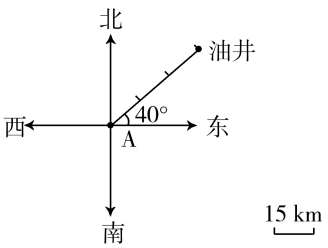
（4）南　东　30°　400

（5）西　南　40°　300

3. 西　南　30°　东　北　30°

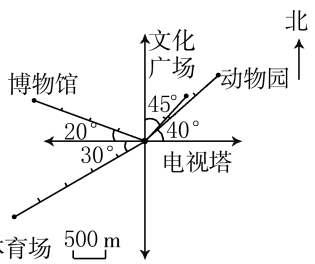
4. 西　南　45°　1000　东　北　45°（答案不唯一）

5.



6. （3,3）　（2,0）　（7,8）　（0,8）

7.

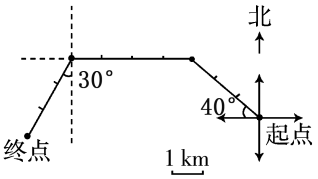


8. (1)小玲从家向西偏北30°方向走1000m到商场,又向西偏南45°方向走400m到书店。回家时,小玲从书店东偏北45°方向走400m到商场,再向东偏南30°方向走1000m后就回到家。

	方向	路程	时间
家→商场	西偏北30°	1000m	15分
商场→书店	西偏南45°	400m	7分
书店→商场	东偏北45°	400m	8分
商场→家	东偏南30°	1000m	18分
全程		2800m	48分

(2)$2800 \div 48 = 58\frac{1}{3}$(米/分)

9. (1)

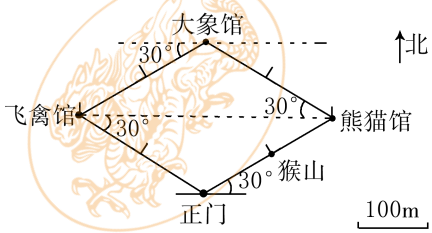


(2)1路公共汽车回程时,从终点站向北偏东30°行驶3km后向东行驶4km,最后向东偏南40°行驶3km到达起点站。

10. 答案不唯一,根据实际情况而叙述。

如我上学时,先向正南方向走500m,再向西偏南30°方向走1000m就到学校。放学时,我先向东偏北30°方向走1000m,再向正北方向走500m就到家。

11. 答案不唯一,自己设计。如:



从正门向东偏北30°方向走100m到猴山,从猴山向东偏北30°方向走100m到熊猫馆,从熊猫馆向西偏北30°方向走200m到大象馆,从大象馆向西偏南30°方向走200m到飞禽馆,从飞禽馆向东偏南30°方向走200m回到正门。(答案不唯一)

三、分数除法

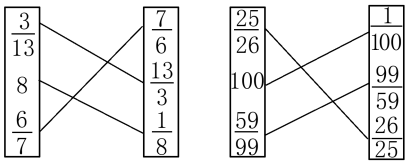
教材28页"做一做"

$\frac{4}{11}$的倒数是$\frac{11}{4}$　$\frac{16}{9}$的倒数是$\frac{9}{16}$　35的倒数是$\frac{1}{35}$

$\frac{7}{8}$的倒数是$\frac{8}{7}$　$\frac{4}{15}$的倒数是$\frac{15}{4}$

练习六(教材29页)

1.



2. (1)对　(2)不对,因为乘积是1的两个数互为倒数,而不是三个数,所以不对。(3)不对,因为0没有倒数,所以不对。(4)不对,因为分子、分母相等的假分数的倒数等于原数,真分数的倒数比这个真分数大。如$\frac{1}{2}$的倒数为2,$2 > \frac{1}{2}$。

3. $\frac{1}{9}$的倒数是9　$\frac{51}{62}$的倒数是$\frac{62}{51}$

$\frac{8}{3}$的倒数是$\frac{3}{8}$　5的倒数是$\frac{1}{5}$

$\frac{12}{23}$的倒数是$\frac{23}{12}$　102的倒数是$\frac{1}{102}$

$\frac{16}{7}$的倒数是$\frac{7}{16}$

4. $1 \div 8 = \left(\frac{1}{8}\right)$　$6 \div 2 = (3)$　$9 \div 4 = \left(\frac{9}{4}\right)$

$1 \times \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{8}\right)$　$6 \times \frac{1}{2} = (3)$　$9 \times \frac{1}{4} = \left(\frac{9}{4}\right)$

$1 \div 8 \ominus 1 \times \frac{1}{8}$　$6 \div 2 \ominus 6 \times \frac{1}{2}$

$9 \div 4 \ominus 9 \times \frac{1}{4}$

5. 小红说得对。

因为分数的倒数可能是整数或分数,也可能是小数,只要这两个数的乘积是1,它们就互为倒数。

教材30页"做一做"

$\frac{9}{10} \div 3 = \frac{(9)}{(10)} \times \frac{(1)}{(3)} = \frac{(3)}{(10)}$

$\frac{3}{8} \div 2 = \frac{(3)}{(8)} \otimes \frac{(1)}{(2)} = \frac{(3)}{(16)}$

教材32页"做一做"

1. $24 \div \frac{8}{9} = 24 \otimes \frac{(9)}{(8)} = (27)$

$\frac{7}{16} \div \frac{4}{5} = \frac{(7)}{(16)} \otimes \frac{(5)}{(4)} = \frac{(35)}{(64)}$

2. $\frac{8}{9} \div 4 = \frac{2}{9}$　$\frac{6}{13} \div 4 = \frac{3}{26}$

$15 \div \frac{10}{13} = \frac{39}{2}$　$\frac{3}{10} \div \frac{14}{15} = \frac{9}{28}$

3. 商大于被除数:$9 \div \frac{3}{4}$　$\frac{1}{2} \div \frac{2}{3}$

$\frac{14}{9}\div\frac{7}{30}$　$\frac{4}{5}\div\frac{4}{5}$

商小于被除数：$\frac{6}{7}\div 3$　$\frac{15}{8}\div 2$

$6\div\frac{5}{4}$　$\frac{5}{7}\div\frac{5}{2}$

教材 33 页“做一做”

$\left(\frac{3}{5}+\frac{4}{5}\right)\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{21}{40}(m^2)$

练习七（教材 34 ~36 页）

1. $\left(\frac{15}{4}\right)\div\left(\frac{3}{4}\right)=(5)$　$\left(\frac{15}{4}\right)\div(5)=\left(\frac{3}{4}\right)$

$\left(\frac{6}{35}\right)\div\left(\frac{3}{7}\right)=\left(\frac{2}{5}\right)$　$\left(\frac{6}{35}\right)\div\left(\frac{2}{5}\right)=\left(\frac{3}{7}\right)$

2. $\frac{1}{7}\times 5=\frac{5}{7}$　$\frac{5}{7}\div 5=\frac{1}{7}$　$\frac{5}{16}\times 2=\frac{5}{8}$

$\frac{5}{8}\div 2=\frac{5}{16}$　$\frac{1}{15}\times 7=\frac{7}{15}$　$\frac{7}{15}\div\frac{1}{15}=7$

$\frac{2}{9}\times 4=\frac{8}{9}$　$\frac{8}{9}\div\frac{2}{9}=4$

3. $\frac{4}{5}\div 8=\frac{1}{10}(m)$

4. $\begin{vmatrix}\frac{3}{5}\\ \frac{6}{7}\\ \frac{9}{8}\end{vmatrix}\div 3=\begin{vmatrix}\frac{1}{5}\\ \frac{2}{7}\\ \frac{3}{8}\end{vmatrix}$　$\begin{vmatrix}\frac{4}{5}\\ \frac{5}{7}\\ \frac{8}{9}\end{vmatrix}\div 3=\begin{vmatrix}\frac{4}{15}\\ \frac{5}{21}\\ \frac{8}{27}\end{vmatrix}$

5. $\frac{1}{4}\div\frac{3}{5}=\frac{5}{12}$　$\frac{4}{5}\div\frac{8}{15}=\frac{3}{2}$　$\frac{1}{3}\div\frac{3}{4}=\frac{4}{9}$

$\frac{5}{14}\div\frac{10}{21}=\frac{3}{4}$　$\frac{2}{3}\div\frac{14}{15}=\frac{5}{7}$　$\frac{2}{7}\div\frac{16}{35}=\frac{5}{8}$

$\frac{8}{27}\div\frac{2}{9}=\frac{4}{3}$　$\frac{4}{15}\div\frac{28}{45}=\frac{3}{7}$

6. $\frac{3}{4}\div\frac{1}{4}=3$（瓶）

7. 1 分＝60 秒　$60\div\frac{1}{25}=1500$（个）

8. $\frac{1}{2}\div\frac{1}{24}=12$（张）　$60\div\frac{1}{24}=1440$（张）

9. $\frac{3}{5}\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{7}=\frac{1}{14}$　$\frac{8}{9}\div\frac{4}{7}\div\frac{1}{3}=\frac{14}{3}$

$\frac{5}{14}\div\frac{4}{21}\times\frac{16}{25}=\frac{6}{5}$　$2-\frac{6}{13}\div\frac{9}{26}-\frac{2}{3}=0$

$\left(\frac{3}{4}-\frac{3}{16}\right)\times\left(\frac{2}{9}+\frac{1}{3}\right)=\frac{5}{16}$

10. 分析：半圈即$\frac{1}{2}$圈，已知老爷爷跑了$\frac{1}{2}$圈用 2 分钟，可求出他跑一圈用的时间，又因为老爷爷每天跑 6 圈，所以再用他跑一圈用的时间乘 6，就可求出他每天跑步要用的时间。

解答：$2\div\frac{1}{2}\times 6=24$（分钟）

11. 分析：7 楼地板到地面的高度实际上是 6 层楼的高度。先求出每层楼有多高，再乘 6 就求出小萍家的地板离地的高度，也可以算出 6 层楼是 15 层楼的几分之几，再求高度。

解答：$50\div 15\times(7-1)=20$（m）

或 $50\times(6\div 15)=20$（m）

12. $240\times\frac{3}{4}\div\frac{1}{4}=720$（袋）

13. $\frac{15}{22}\div 10=\frac{3}{44}$　$45\div\frac{9}{14}=70$　$\frac{3}{5}\div\frac{1}{6}=\frac{18}{5}$

$\frac{2}{7}\div\frac{8}{21}=\frac{3}{4}$　$\frac{2}{9}\times\frac{3}{8}\div\frac{6}{7}=\frac{7}{72}$

$4\div\frac{8}{3}-\frac{3}{5}=\frac{9}{10}$　$\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}+\frac{3}{4}\times\frac{1}{6}=\frac{3}{4}$

14. $5x=\frac{15}{19}$　$\frac{8}{21}x=\frac{4}{15}$

解：$x=\frac{15}{19}\div 5$

$x=\frac{15}{19}\times\frac{1}{5}$

$x=\frac{3}{19}$

$x\div\frac{4}{5}=\frac{15}{28}$

解：$x=\frac{15}{28}\times\frac{4}{5}$

$x=\frac{3}{7}$

解：$x=\frac{4}{15}\div\frac{8}{21}$

$x=\frac{4}{15}\times\frac{21}{8}$

$x=\frac{7}{10}$

$\frac{2}{3}x\div\frac{1}{4}=12$

解：$\frac{2}{3}x=12\times\frac{1}{4}$

$x=3\div\frac{2}{3}$

$x=3\times\frac{3}{2}$

$x=\frac{9}{2}$

15. $\frac{6}{5}\div\frac{3}{250}=\frac{6}{5}\times\frac{250}{3}=100$（小时）

16. 3 分钟＝180 秒　$180\div\frac{9}{100}=2000$（个）

17*. $\frac{7}{15}\xrightarrow{\div\frac{2}{3}}\frac{7}{10}\xrightarrow{\div\frac{3}{4}}\frac{14}{15}\xrightarrow{\times\frac{1}{2}}\frac{7}{15}$

经过计算可以发现，最后的得数与开始的数相等。

由题意可知$\frac{7}{15}\div\frac{2}{3}\div\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{15}\times\left(\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{1}{2}\right)$，而$\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{1}{2}=1$，所以最后的结果还是$\frac{7}{15}$。

练习八(教材 39 ~ 40 页)

1. 解:设南北相距 x 千米。

$\frac{52}{55}x=5200$　　$x=5500$

2. 解:设一个成年人一天大约需要 xg 钙质。

$\frac{3}{8}x=\frac{3}{10}$　　$x=\frac{4}{5}$

3. 解:设宇宙飞船的速度大约是 x 千米/秒。

$\frac{40}{57}x=8$　　$x=\frac{57}{5}$

4. (1)解:设图书馆共有 x 本书。

$\frac{2}{5}x=320$　　$x=800$

(2)解:设图书馆有 x 本故事书。

$\frac{4}{3}x=320$　　$x=240$

5. $\frac{3}{8}\div 6=\frac{1}{16}$　$\frac{9}{14}\div 3=\frac{3}{14}$　$3\div\frac{1}{5}=15$

$18\div\frac{12}{13}=\frac{39}{2}$　$\frac{10}{21}\div\frac{5}{7}=\frac{2}{3}$　$\frac{15}{16}\div\frac{5}{8}=\frac{3}{2}$

$26\div\frac{13}{25}\div\frac{15}{22}=\frac{220}{3}$　$16\div\left(1+\frac{1}{3}\right)=12$

$35\div\left(1-\frac{2}{7}\right)=49$　$\frac{21}{40}\div\left(\frac{1}{10}+\frac{3}{5}\right)=\frac{3}{4}$

6. $(3000+2500)\times\left(1-\frac{3}{5}\right)=2200$(元)

7. 解:设这本课外读物一共有 x 页。

$\left(1-\frac{2}{7}\right)x=35$　　$x=49$

8. 解:设这桶水重 x kg。

$x-\frac{1}{10}x=9$　　$x=10$

9. 解:设平均每车运走这批大米的 x。

$4x=\frac{2}{7}$　　$x=\frac{1}{14}$

解:设剩下的大米还要 y 车才能运完。

$\frac{1}{14}y=1-\frac{2}{7}$　　$y=10$

或 $\frac{2}{7}\div 4=\frac{1}{14}$　$\left(1-\frac{2}{7}\right)\div\frac{1}{14}=10$(车)

10. (1)$140\times\frac{1}{5}=28$(个)

(2)解:设大齿轮有 x 个齿。

$\frac{1}{5}x=28$　　$x=140$

(3)$400\times\left(1-\frac{4}{5}\right)=80$(周)

(4)解:设小齿轮每分钟转 y 周。

$\left(1-\frac{4}{5}\right)y=80$　　$y=400$

教材 43 页“做一做”

$1\div\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)=2$(次)

练习九(教材 44 ~ 45 页)

1. 解:设下半年的产量是 x 万台。

$x+\frac{4}{5}x=108$　　$x=60$

或$(1+\frac{4}{5})x=108$　　$x=60$

上半年的产量是:$108-60=48$(万台)

或 $60\times\frac{4}{5}=48$(万台)

2. 解:设上衣的价钱是 x 元。

$x+\frac{2}{3}x=300$　　$x=180$

或 $\left(1+\frac{2}{3}\right)x=300$　　$x=180$

裤子的价钱是:$300-180=120$(元)

或 $180\times\frac{2}{3}=120$(元)

3. 解:设航模小组有 x 人。

$x+\frac{4}{5}x=45$　　$x=25$

或 $\left(1+\frac{4}{5}\right)x=45$　　$x=25$

美术小组的人数:$45-25=20$(人)

或 $25\times\frac{4}{5}=20$(人)

4. 解:设这座大桥的正桥的长度是 x 米。

$x+\frac{257}{578}x=1670$　　$x=1156$

或 $\left(1+\frac{257}{578}\right)x=1670$　　$x=1156$

引桥的长度:$1670-1156=514$(米)

或 $1156\times\frac{257}{578}=514$(米)

5. 解:设白昼是 x 小时。

$x+\frac{3}{5}x=24$　　$x=15$

黑夜时间:$24-15=9$(小时)或 $15\times\frac{3}{5}=9$(小时)

6. $1\div\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{30}\right)=12$(天)

7. $1\div\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)=\frac{6}{5}$(小时)

8. $1\div\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{6}\right)=\frac{24}{7}$(小时)

9. 解法1：$(300\div8+300\div10)\times5=337.5$（棵）
$337.5>300$，5天能种完。

解法2：$\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{10}\right)\times5=\frac{9}{8}$，$\frac{9}{8}>1$，5天能种完。

整理和复习（教材46页）

1. $\frac{15}{16}\div5=\frac{3}{16}$　$\frac{12}{25}\div13=\frac{12}{325}$　$13\div\frac{4}{5}=\frac{65}{4}$

$13\div\frac{2}{17}=\frac{221}{2}$　$\frac{21}{40}\div\frac{7}{8}=\frac{3}{5}$

$\frac{18}{35}\div\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{7}$　$\frac{4}{9}\times\frac{15}{16}\div\frac{5}{6}=\frac{1}{2}$

$\frac{7}{24}\div\frac{6}{49}=\frac{343}{144}$　$\left(13-\frac{3}{5}\right)\div\frac{7}{15}=\frac{186}{7}$

$\frac{35}{64}\div\left(\frac{1}{8}+\frac{3}{4}\right)=\frac{5}{8}$

2. （1）解：设养了x只鸭。

$\frac{2}{5}x=200$　　$x=500$

或$200\div\frac{2}{5}=500$（只）

（2）解：设养了x只鸭。

$\left(1-\frac{3}{5}\right)x=200$　　$x=500$

或$200\div\left(1-\frac{3}{5}\right)=500$（只）

（3）解：设养了x只鸭。

$x+\frac{2}{5}x=700$　　$x=500$

或$700\div\left(1+\frac{2}{5}\right)=500$（只）

鹅：$700-500=200$（只）或$500\times\frac{2}{5}=200$（只）

练习十（教材47页）

1. （1）×　（2）√　（3）×

2. $\frac{1}{5}\times8\div\frac{4}{5}=\frac{1}{5}\times\frac{5}{4}\times8=2$

$\frac{3}{5}+\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}=\frac{3}{5}+\frac{2}{5}=1$

$\frac{5}{6}\div\frac{2}{3}\div\frac{5}{6}=\left(\frac{5}{6}\div\frac{5}{6}\right)\div\frac{2}{3}=\frac{3}{2}$

$\left(\frac{5}{8}+\frac{5}{6}\right)\times\frac{4}{25}=\frac{5}{8}\times\frac{4}{25}+\frac{5}{6}\times\frac{4}{25}=$

$\frac{1}{10}+\frac{2}{15}=\frac{7}{30}$

$\left(\frac{5}{6}-\frac{2}{3}\right)\times\frac{9}{10}=\frac{1}{6}\times\frac{9}{10}=\frac{3}{20}$

$1-\frac{7}{9}\div\frac{7}{8}=1-\frac{7}{9}\times\frac{8}{7}=1-\frac{8}{9}=\frac{1}{9}$

3. 解：设这块冰的体积是x dm^3。

$\frac{9}{10}x=27$　　$x=30$

4. 解：设猎豹奔跑时的最高时速是x千米/时。

$\left(1-\frac{5}{11}\right)x=60$　　$x=110$

或$60\div\left(1-\frac{5}{11}\right)=110$（千米/时）

5. （1）$1\div\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{10}\right)=\frac{40}{9}$（分）

（2）$1\div\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{10}\right)=40$（分）

四、比

教材49页“做一做”

1. 6　8　0.75　1.8　2.4　0.75

2. 分析：第1小题求比的后项，用比的前项除以比值。第2小题求比的前项，用比值乘比的后项。

解答：3∶$\left(\frac{1}{8}\right)=24$　（4）∶8＝0.5

3. 商不变的规律：被除数和除数同时乘或除以相同的数（0除外），商不变。

分数的基本性质：分数的分子和分母同时乘或除以相同的数（0除外），分数的大小不变。

教材51页“做一做”

$32:16=(32\div16):(16\div16)=2:1$

$48:40=(48\div8):(40\div8)=6:5$

$0.15:0.3=15:30=1:2$

$\frac{5}{6}:\frac{1}{6}=\left(\frac{5}{6}\times6\right):\left(\frac{1}{6}\times6\right)=5:1$

$\frac{7}{12}:\frac{3}{8}=\left(\frac{7}{12}\times24\right):\left(\frac{3}{8}\times24\right)=14:9$

$0.125:\frac{5}{8}=\left(\frac{1}{8}\times8\right):\left(\frac{5}{8}\times8\right)=1:5$

练习十一（教材52～53页）

1. （1）7　4　$\frac{7}{4}$

（2）8　5　$\frac{8}{5}$　5　13　$\frac{5}{13}$

（3）3　2　$\frac{3}{2}$

2. 分析：把一个小格的边长看做一个单位长度，数出每面红旗的长与宽分别是几个单位长度，分别算出它们长与宽的单位比。计算比较得出，第①面红旗长与宽的比是6∶5；第②面红旗长与宽的比是3∶2；第③面红旗长与宽的比是9∶4。

解答：第②面红旗长与宽的比是3∶2。

3. $5:9=5\div9=\frac{5}{9}$　$0.6:0.16=0.6\div0.16=\frac{15}{4}$

$\frac{2}{3}:\frac{6}{7}=\frac{2}{3}\div\frac{6}{7}=\frac{7}{9}$

$0.8:\frac{1}{2}=0.8\div\frac{1}{2}=1.6$

4. (1)49 ∶ 50 =(49 × 2)∶(50 × 2)= 98 ∶100

(2)0.12 ∶ 1 =(0.12 × 100)∶(1 × 100)= 12 ∶100

(3)分析:先去掉相同的单位“万”,也可以同时除以10000,然后再把它们化成后项是 100 的比。

解答:275 万∶250 万= 275 ∶250 =(275 ÷ 2.5)∶(250 ÷ 2.5)= 110 ∶100

5. 分析:先求出这几种蔬菜的钙、磷含量的比值,再进行比较。

解答:芹菜:7 ∶5 = 1.4　菠菜:2 ∶1 = 2

茄子:23 ∶20 = 1.15

因为 1.15 < 1.4 < 2,所以菠菜的钙、磷含量比最高,茄子的钙、磷含量比最低。

6. 分析:小亮的身高是以厘米为单位,表妹的身高是以米为单位,在进行比较时,应把这两个量化成相同的单位,然后再化简比值。

解答:小亮的说法不对。

155 cm ∶1 m = 155 cm ∶100 cm = 31 ∶20

7. 分析:此题解法较多。解法 1:两个比中都有乙数,可以把两个比中的乙数作为标准,让两个比中的乙数份数相等。3 和 4 的最小公倍数是 12,甲数和乙数的比改写成 2 ∶3 = 8 ∶12,乙数和丙数的比改写成 4 ∶5= 12 ∶15,设甲是 8 份,则乙是 12 份,丙是 15 份,每一份都是相等的,从中可得出甲数和丙数的比。解法 2:假设甲、乙、丙三个数中某个数中有一个具体数,如假设甲数是 20,根据甲、乙两数比,可得出乙数是 30;乙、丙两数比是 4 ∶5,可得出丙数是 30 ÷ 4 × 5 = 37.5,然后可算出甲、丙两数的比。

解答:解法 1:2 ∶3 = 8 ∶12

4 ∶5 = 12 ∶15　甲数∶丙数= 8 ∶15

解法 2:假设甲数是 20,

乙数:20 ÷ 2 × 3 = 30　丙数:30 ÷ 4 × 5 = 37.5

甲数∶丙数= 20 ∶37.5 = 200 ∶375 = 8 ∶15

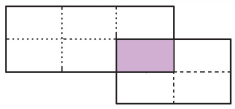
8*. 分析:十位上的数和个位上的数的比是 2 ∶3,说明它们相差“1”份,由第二个已知条件可知,这两个数相差 2。所以 1 份是 2,2 份是 4,3 份是 6,这个两位数是 46。

解答:这个两位数是 46。

思考题

分析:重叠部分占大长方形面积的$\frac{1}{6}$,说明大长方形面积含 6 个重叠部分;同理,小长方形面积含 4 个重叠部分。

如图:



所以大、小长方形面积的比是 6 ∶4 = 3 ∶2。

解答:大长方形和小长方形的面积的比是 3 ∶2。

练习十二(教材 55 ~ 56 页)

1. 解法 1:303 ÷(51 + 50)= 3(人)

男婴:3 × 51 = 153(人)

女婴:3 × 50 = 150(人)

解法 2:男婴:$303\times\frac{51}{51+50}=153$(人)

女婴:$303\times\frac{50}{51+50}=150$(人)

2. 解法 1:200 ÷(1 + 9)= 20(mL)

20 × 1 = 20(mL)　20 × 9 = 180(mL)

解法 2:$200\times\frac{1}{1+9}=20$(mL)

$200\times\frac{9}{1+9}=180$(mL)

3. 分析:救生员和游客人数比就是橡皮艇上救生员和游客比,如果用分数乘法算,救生员是 56 人的$\frac{1}{8}$,游客是 56 人的$\frac{7}{8}$。如果用整数除法和乘法算,先用56 ÷ 8求出橡皮艇的个数,再由每个橡皮艇有 1 名救生员和 7 名游客,可求出一共有多少名游客和救生员。

解法 1:7 + 1 = 8　$56\times\frac{1}{8}=7$(名)

$56\times\frac{7}{8}=49$(名)

解法 2:56 ÷(1 + 7)= 7(个)

1 × 7 = 7(名)　7 × 7 = 49(名)

4. 分析:把树的棵数按人数分配,先求三个班的总人数,再求每个班的人数各占总人数的几分之几。用 70 乘各班人数占总人数的几分之几,就能算出三个班各应栽多少棵树。

解答:一班:$70\times\frac{46}{46+44+50}=23$(棵)

二班:$70\times\frac{44}{46+44+50}=22$(棵)

三班:$70\times\frac{50}{46+44+50}=25$(棵)

5. 比和除法、分数的关系

除法	被除数	÷(除号)	除数	商
分数	分子	—(分数线)	分母	分数值
比	前项	∶(比号)	后项	比值

比的基本性质：比的前项和后项同时乘或除以相同的数（0除外），比值不变，两个数相除又叫做两个数的比，比值通常用分数表示。

$24 ：36 =（24 \div 12）：（36 \div 12）= 2 ：3$

$0.75 ：1 = 75 ：100 = 3 ：4$

$\frac{3}{4} ：\frac{9}{10} = \left(\frac{3}{4} \times 20\right) ：\left(\frac{9}{10} \times 20\right) = 15 ：18 = 5 ：6$

6. （1）4　50　0.8　（2）1.25　4　5　$\frac{4}{9}$　（3）0.1

7. 分析：先从总面积中减去种西红柿的面积得到剩下的面积。然后再把剩下的面积按比分配，求出种黄瓜和茄子的面积。

解答：$800 \times \frac{2}{5} = 320(m^2)$　$800 - 320 = 480(m^2)$

茄子：$480 \times \frac{1}{2+1} = 160(m^2)$

黄瓜：$480 \times \frac{2}{2+1} = 320(m^2)$

或 $480 \div (2+1) = 160(m^2)$

茄子：$160 \times 1 = 160(m^2)$　黄瓜：$160 \times 2 = 320(m^2)$

8. 分析：两个相关联的量就可以进行比较，如我和爸爸岁数的比；爸爸和妈妈年工资的比；爸爸、妈妈月工资的比。但不相关联的两个量不能比较，如我的年龄和爸爸、妈妈工资就不能比较。交换比的前后项也是可以的，写清楚是什么和什么的比就可以，同时也可以收集其他有价值的信息进行比较。

解答：我和爸爸年龄比是 6 ：19；爸爸和妈妈年工资比是 3 ：2；爸爸和妈妈月工资的比也是 3 ：2……（答案不唯一）

9*. 分析：写出大米、面粉和杂粮吨数的比，是三个数的连比。化简时先把单位名称约去，然后把每个数除以它们的最大公因数 15，就得到最简单的整数比。

解答：$150t ：60t ：15t = 150 ：60 ：15 = 10 ：4 ：1$

10*. 解法 1：$2 + 3 + 5 = 10$　水泥：$20 \times \frac{2}{10} = 4$（吨）

沙子：$20 \times \frac{3}{10} = 6$（吨）　石子：$20 \times \frac{5}{10} = 10$（吨）

解法 2：$20 \div (2 + 3 + 5) = 2$（吨）

水泥：$2 \times 2 = 4$（吨）　沙子：$2 \times 3 = 6$（吨）

石子：$2 \times 5 = 10$（吨）

11*. 分析：长方体有 12 条棱，分四组，先用 120 除以 4，求出一组长、宽、高的总和，然后用按比分配的解题方法，求出这个长方体的长、宽、高分别是多少。

解答：解法 1：$120 \div 4 = 30$（cm）

$3 + 2 + 1 = 6$　长：$30 \times \frac{3}{6} = 15$（cm）

宽：$30 \times \frac{2}{6} = 10$（cm）　高：$30 \times \frac{1}{6} = 5$（cm）

解法 2：$120 \div 4 = 30$（cm）　$3 + 2 + 1 = 6$

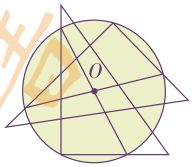
$30 \div 6 = 5$（cm）　长：$5 \times 3 = 15$（cm）

宽：$5 \times 2 = 10$（cm）　高：$5 \times 1 = 5$（cm）

五、圆

教材 58 页“做一做”

1. 把三角尺的直角顶点放在圆周上，沿两条直角边画两条线，把与圆相交的两个端点连接就画出一条直径，换个位置，再画一条直径，两条直径的交点，就是圆心。



2. 略

练习十三（教材 60～61 页）

1. 用圆规画圆的步骤：①把圆规的两脚分开，定好两脚间的距离（即半径）；②把有针尖的一脚固定在圆心上；③把装有铅笔尖的一脚旋转；④旋转一周，就画出一个圆。画图略。

2. $d = 6cm$　$r = 3cm$　$d = 10cm$　$r = 3.5cm$

3. 提示：圆是轴对称图形，而且直径是圆内两端都在圆上的最长线段。利用左图的方法，测出的两端都在圆上的线段中最长的一条就是圆的直径。右图两个三角尺之间的距离就是圆的直径。

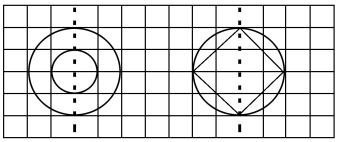
4. 先固定一点，然后以此点为圆心，用长 5m 的绳子绕此点旋转一周就可画出一个直径 10m 的圆。

5.

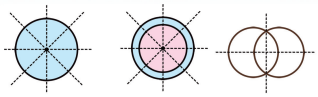
r	0.24	0.43	1.42	0.52	2.6
d	0.48	0.86	2.84	1.04	5.2

6. 所学过的平面图形中长方形、正方形、等边三角形、等腰三角形、等腰梯形和圆都是轴对称图形。等腰三角形、等腰梯形只有一条对称轴，长方形、正方形、等边三角形、圆不止一条对称轴。

7.

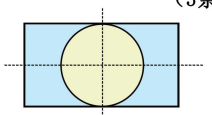


8.



（无数条） （无数条） （2条）

（1条） （3条）

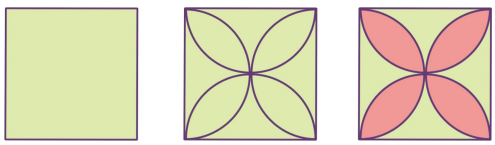


（2条）

9. 圆的直径：18 ÷ 3 = 6(cm)

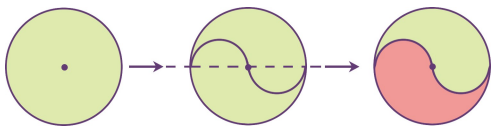
长方形的周长：(18 + 6) × 2 = 48(cm)

10. 图一：先画一个正方形，以正方形每边的中点为圆心，以正方形边长的$\frac{1}{2}$为半径在正方形内画出 4 个半圆，就能组成花瓣，然后把花瓣涂上颜色即可以得到图形一，如图所示。

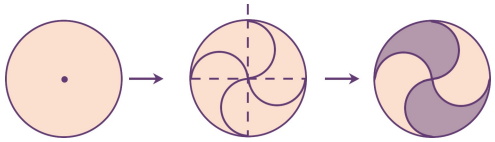


图二：先画一个圆，在圆内画两条垂直的直径。然后分别以这四个半径的中点为圆心，以大圆半径的$\frac{1}{2}$为半径向同一方向画半圆，然后把所画半圆涂上颜色，即可以得到图形二，如图所示。

图三：在圆内画一条直径，然后分别以组成这条直径的两个半径的中点为圆心，以大圆半径的$\frac{1}{2}$为半径分别向上、下两个方向画半圆。把大圆分成上下两部分，然后把圆的一半涂上颜色，另一半不涂色，如图所示。



图四：画法类似于图二，只是涂颜色时把圆平分成相等的 4 份，如图所示。



教材 64 页“做一做”

1. 2 × 3.14 × 3 = 18.84(cm)

3.14 × 6 = 18.84(cm)

2 × 3.14 × 5 = 31.4(cm)

2. 4.71 ÷ 3.14 = 1.5(m)

练习十四(教材 65 ~ 66 页)

1. 2 × 3.14 × 5 = 31.4(m)

2. 3.14 ×(55 × 12) = 2072.4(cm) = 20.724(m)

3. 3.77 ÷ 3.14 ≈ 1.2(m)

4. 分析：分针走一圈时，尖端所走的路程，就是以分针长度为半径的圆的周长，求 30 分钟、45 分钟分别是 60 分钟的几分之几，就表示分针所走的路程是一周的几分之几。

解答：$2 \times 3.14 \times 20 \times \frac{30}{60} = 62.8(cm)$

$2 \times 3.14 \times 20 \times \frac{45}{60} = 94.2(cm)$

5. 分析：第一问要求用多长的粗铁丝才能把牛栏围上 3 圈，实际上是求圆形牛栏周长的 3 倍是多少。第二问在一个封闭的圆上分段，分隔点的数目与分成的段数是相等的。已知每隔 2 m 打一根木桩，计算圆形牛栏的周长里包含多少个 2 米，就有多少根木桩。

解答：2 × 3.14 × 15 × 3 = 282.6(m)

2 × 3.14 × 15 ÷ 2 ≈ 47(根)

6. 40 cm = 0.4 m　50.24 ÷(3.14 × 0.4) = 40(周)

7. (1)16　12.56　(2)9.42　21

8. 分析：在正方形内剪最大的圆，那么圆的直径长度和正方形的边长相等，半径的长度等于边长的$\frac{1}{2}$。

解答：$100 \div 4 \times \frac{1}{2} = 12.5(cm)$

9. 分析：半圆的直径和正方形的边长相等。装饰木条的长度等于正方形的周长与半圆(不包括直径)的长度之和。

解答：50 × 4 + 3.14 × 50 ÷ 2 = 278.5(cm) = 2.785(m)

10. 分析：阴影部分的周长就是大圆周长的一半和小圆的周长和。

解答：2 × 3.14 × 5 ÷ 2 + 3.14 × 5 = 31.4(cm)

11*. 第一组：3.14 × 7 + 7 × 2 = 35.98(cm)

第二组：3.14 × 7 + 7 × 4 = 49.98(cm)

第三组：3.14 × 7 + 7 × 2 × 4 = 77.98(cm)

捆绑的线形成的图形的周长都是由 4 个圆周长的$\frac{1}{4}$和线段组成的，4 个圆周长的$\frac{1}{4}$的和就是圆的周

长，每组图形绕线部分的每条线段的长分别等于直径的倍数。（合理即可）

教材 68 页“做一做”

1. $3.14\times(1\div2)^2=0.785(m^2)$

2. $3.14\times(50\div2)^2-3.14\times(10\div2)^2=1884(m^2)$

教材 70 页“做一做”

$24\div2=12(cm)$　$12\times24\div2\times2=288(cm^2)$

$3.14\times12\times12=452.16(cm^2)$

$452.16-288=164.16(cm^2)$

练习十五（教材 71～74 页）

1.

半径	直径	圆面积
4cm	8cm	$50.24cm^2$
4.5cm	9cm	$63.585cm^2$
3cm	6cm	$28.26cm^2$
20cm	40cm	$1256cm^2$

2. （1）周长：$3.14\times10=31.4(cm)$

面积：$3.14\times(10\div2)^2=78.5(cm^2)$

（2）周长：$2\times3.14\times3=18.84(cm)$

面积：$3.14\times3^2=28.26(cm^2)$

3. 分析：喷灌面积是以喷灌装置为圆心，半径为 10m 的圆的面积。

解答：$3.14\times10^2=314(m^2)$

4. 分析：已知树干的周长是 125.6cm，由周长公式“$C=2\pi r$”可以求出树干横截面的半径，然后再利用面积公式“$S=\pi r^2$”就可以求出这棵树干的横截面的面积。

解答：$3.14\times\left(\frac{125.6}{2\times3.14}\right)^2=1256(cm^2)$

5. $3.14\times(18\div2)^2-3.14\times(7\div2)^2=215.875(cm^2)$

6. $3.14\times6^2-3.14\times(6\div2)^2=84.78(cm^2)$

7. （1）周长：$(3.14\times12+3.14\times8)\div2+12-8=35.4(cm)$

（2）面积：$3.14\times(12^2-8^2)=251.2(cm^2)$

8. 提示：在生活里找圆环形的物体，先测量直径，再计算面积，如：测量一个螺丝垫圈内直径是 1 厘米，外直径是 2 厘米，面积是：$3.14\times(1^2-0.5^2)=2.355(cm^2)$

9. $3.14\times(28\div2)^2-6^2=579.44(mm^2)$

10. 分析：运动场的周长是一个圆的周长和两条线段的长度和，面积是一个圆的面积同一个长方形的面积的和。

解答：周长：$2\times3.14\times32+2\times100=400.96(m)$

面积：$3.14\times32^2+100\times(32\times2)=9615.36(m^2)$

11. 周长：$3.14\times1\times2=6.28(m)$

面积：$3.14\times(1\div2)^2\times2+1^2=2.57(m^2)$

12. $3.14\times(34\div2)^2-3.14\times(14\div2)^2=753.6(m^2)$

$3.14\times(26\div2)^2-3.14\times(14\div2)^2=376.8(m^2)$

$753.6-376.8=376.8(m^2)$

13. $62.8\div3.14\div2=10(m)$

$3.14\times(10+2)^2-3.14\times10^2=138.16(m^2)$

14. 长度：$3.14\times6.75+1.575\times2\approx24.35(m)$

面积：$3.14\times6.75^2\div2+1.575\times(6.75\times2)\approx92.80(m^2)$

15*.

正方形的边长	1cm	2cm	3cm	4cm	10cm
正方形的面积	$1cm^2$	$4cm^2$	$9cm^2$	$16cm^2$	$100cm^2$
圆的面积	$0.25\pi cm^2$	πcm^2	$2.25\pi cm^2$	$4\pi cm^2$	$25\pi cm^2$
面积之比	4 ∶ π	4 ∶ π	4 ∶ π	4 ∶ π	4 ∶ π

发现：在正方形中作一个最大的圆，即这个圆的直径等于正方形的边长。通过计算，可以发现正方形与它内部最大的圆（内切圆）的面积之比是一个固定值$\left(\frac{4}{\pi}\right)$。我们还可以用抽象的方法加以证明，如果设正方形的边长是 $2a$，那么其内切圆的半径就是 a，正方形的面积是 $(2a)^2=4a^2$，圆的面积就是 πa^2，两者面积之比是 4 ∶ π。

16*. 分析：如果围成正方形，正方形的边长是 $31.4\div4=7.85(m)$，面积是 $7.85\times7.85=61.6225(m^2)$；如果围成圆形，圆的面积是 $3.14\times\left(\frac{31.4}{2\times3.14}\right)^2=78.5(m^2)$，也可以围成其他四边形，如果围成长方形，长和宽的差越小，面积越大，长是 7.9m，宽是 7.8m，面积是 $7.9\times7.8=61.62(m^2)$；周长相等的长方形和平行四边形无法比较面积，还可以围成三角形、梯形……但无论怎样围，都不会大于圆的面积。解答：当周长一定时，圆的面积最大，因此应该用这根绳子围成一个圆形。

17*. 这个问题从数学角度来分析主要是与圆的特性有关。在周长一定的前提下，所有平面图形中圆形的面积最大。这样就决定了在侧面积相同的情况下，圆柱的体积最大。所以蒙古包的底面是圆形的，可

以最大限度地扩充空间；在不增加表皮面积的前提下，植物根和茎的横截面是圆形的，可以加大输送水分和养料的能力，更有利于植物的生长，同时增大支撑力。

练习十六（教材 76 页）

1. 图 1 的从上到下的每一格都是扇形。
图 2 的上下面都是扇形。
图 3 的车轮里面有许多扇形。
图 4 上部分半圆里面有扇形。

2. （√）（　）（　）（√）

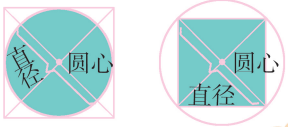
3. 略

4*. $3.14\times[5^2-(5-2)^2]\times\frac{1}{4}=12.56(dm^2)$

$3.14\times[4^2-(4-1)^2]\times\frac{1}{2}=10.99(dm^2)$

整理和复习（教材 77 页）

1. 分析：这两个圆都是画在纸上的，无法通过折叠的方法来确定。第一个圆是正方形内最大的圆，第二个圆内有一个最大的正方形，连接每个正方形的对角线，对角线的交点就是每个圆的圆心。
解答：



2. （1）$3.14\times(2\div2)^2=3.14(m^2)$
（2）$3.14\times2\div0.5\approx12$（人）
（3）$3.14\times(2\div2)^2-3.14\times0.5^2=2.355(m^2)$

练习十七（教材 78～79 页）

1. $2\times3.14\times1.2=7.536(m)$

2. $3.14\times(20\div2)^2=314(cm^2)$

3. $50cm=0.5m$　$10\div(3.14\times0.5)\approx6$（个）

4. $3.14\times(8\div2+1)^2=78.5(m^2)$

5. （1）$2\times3.14\times5\div2=15.7(m)$
（2）$3.14\times(5+2\div2)^2\div2-3.14\times5^2\div2=17.27(m^2)$

6. （1）×　（2）×　（3）√　（4）√　（5）×

7. $3.14\times1.7\times6\times10=320.28(m)$

8. $128.5\div(3.14+2)=25(m)$　$3.14\times25^2=1962.5(m^2)$

9. $1^2+3.14\times1^2=4.14(cm^2)$

10. $(50\times2+3.14\times50)\times5=1285(m)$

六、百分数（一）

教材 83 页“做一做”

1. 百分之一写作 1%　百分之二十八写作 28%
百分之零点五写作 0.5%

2. 17% 读作百分之十七　45% 读作百分之四十五
99% 读作百分之九十九　100% 读作百分之一百
140% 读作百分之一百四十
0.6% 读作百分之零点六　7.5% 读作百分之七点五
33.3% 读作百分之三十三点三
121.7% 读作百分之一百二十一点七
300% 读作百分之三百

3. 百分数是表示两个数（或量）的比，不能带单位名称；分数可以表示两个数（或量）的比，还可以表示具体数量，表示具体数量时，可以带单位名称。

教材 85 页“做一做”

1. $0.97=97\%$　$0.08=8\%$　$0.005=0.5\%$
$\frac{1}{4}=25\%$　$\frac{1}{8}=12.5\%$　$\frac{1}{6}\approx16.7\%$
$97\%=0.97=\frac{97}{100}$　$8\%=0.08=\frac{2}{25}$
$0.5\%=0.005=\frac{1}{200}$　$25\%=0.25=\frac{1}{4}$
$12.5\%=0.125=\frac{1}{8}$　$16.7\%=0.167=\frac{167}{1000}$

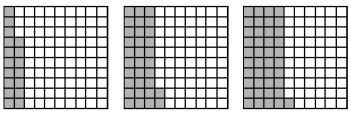
2. $\frac{120}{160}=0.75\times100\%=75\%$

3. $45\times80\%=36$（人）

练习十八（教材 86～88 页）

1. 86% 读作百分之八十六
14% 读作百分之十四
63.2% 读作百分之六十三点二
36.8% 读作百分之三十六点八
60.2% 读作百分之六十点二
36.4% 读作百分之三十六点四
3.4% 读作百分之三点四

2. （1）百分之五十写作 50%
（2）百分之二十九写作 29%
（3）百分之九十写作 90%
百分之十写作 10%

3. 

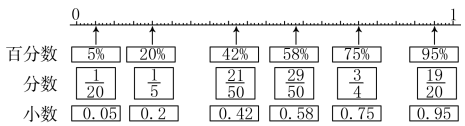
4. $\frac{1}{5}=20\%$　$\frac{4}{5}=80\%$　$\frac{1}{14}\approx0.071=7.1\%$

5. $\frac{760}{2000}\times100\%=38\%$

6.

试验次数	试验种子数/粒	发芽种子数/粒	发芽率
1	300	285	95%
2	300	282	94%
3	300	294	98%
4	300	291	97%

7.



8.

百分数	32%	150%	33.3%	2.5%	37.5%	0.5%
小数	0.32	1.5	0.333	0.025	0.375	0.005
分数	$\frac{8}{25}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{40}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{200}$

9. 480 × 5% = 24（人）

10. （1）2100 × 42% = 882（kg）

（2）2100 ÷ 42% = 5000（kg）

11. 答案不唯一，如：瑞士卷蛋糕的包装标注“能量 20%，蛋白质 8%，脂肪 30%，碳水化合物 17%，钠 9%”。

能量 20%：能量占蛋糕总营养成分的$\frac{20}{100}$。

蛋白质 8%：蛋白质占蛋糕总营养成分的$\frac{8}{100}$。

脂肪 30%：脂肪占蛋糕总营养成分的$\frac{30}{100}$。

碳水化合物 17%：碳水化合物占蛋糕总营养成分的$\frac{17}{100}$。钠 9%：钠占蛋糕总营养成分的$\frac{9}{100}$。在日常生活中，很多地方都要用到百分数。

12. 把分数化成百分数比较会更快。

$\frac{3}{5}$ = 60%　$\frac{3}{4}$ = 75%

30% < 60% < 75%

零下 15°C 时从头部散失的热量最多。

13. （1）1200 ÷ 2500 × 100% = 48%

（2）1300 ÷ 2500 × 100% = 52%

14. 城关一中：800 × 52% = 416（人）

城关二中：750 × 54% = 405（人）

416 人 > 405 人，城关一中男生人数多，多 416 − 405 = 11（人）。

15.

	人数/人	占学校总人数的百分之几
每天吃早餐	391	85%
不能做到每天吃早餐	69	15%

391 ÷ 85% = 460（人）

教材 89 页“做一做”

（10 − 9）÷ 10 = 10%

或 1 − 9 ÷ 10 = 1 − 0.9 = 0.1 = 10%

教材 91 页“做一做”

1. 2800 ×（1 − 0.5%）= 2786（人）

2. 分析：由原来的 12m 增加到 25m，增加了 25 − 12 = 13（m），求出增加的米数占原来米数的百分之几，就得到比原来拓宽了百分之几。

解答：（25 − 12）÷ 12 ≈ 108.3%

3. 1 ×（1 + 50%）×（1 + 10%）÷ 1 = 165%

练习十九（教材 92 ~ 93 页）

1. （1）5　20　（2）1000　20

2. （10 − 7）÷ 7 ≈ 42.9%

3. （16 − 14）÷ 16 = 12.5%

4. （4350 − 2700）÷ 4350 ≈ 37.9%

5. （1）1600 ÷ 40% = 4000（个）

（2）4000 − 1600 = 2400（个）或

4000 ×（1 − 40%）= 2400（个）

6. 分析：锯成的最大正方体体积是 3 × 3 × 3 = 27（cm^2），原来的体积是 5 × 4 × 3 = 60（cm^3）。

解答：（60 − 27）÷ 60 = 55%

7. 2400 ×（1 − 5%）= 2280（只）

8. 1.3 ×（1 + 10%）= 1.43（m）

9. 14 ÷（1 + 85%）≈ 7.57（t）

10. 可以提出的问题很多，答案不唯一。

（1）二等奖有多少幅？

125 × 16% = 20（幅）

（2）一等奖占参赛作品的百分之几？

6 ÷ 125 × 100% = 4.8%

（3）二等奖比一等奖多百分之几？

（20 − 6）÷ 6 × 100% ≈ 233.3% ……

11. 1 ×（1 + 10%）×（1 − 15%）= 0.935 = 93.5%

9月初的价格是7月初的93.5%。

跌了:(1 − 0.935) ÷ 1 = 0.065 = 6.5%

或1 − 93.5% = 6.5%

12. 1 ×(1 + 5%) ×(1 + 5%) = 1.1025

(1.1025 − 1) ÷ 1 = 0.1025 = 10.25%

13. 1 ×(1 − 8%) ×(1 − 5%) = 0.874

(1 − 0.874) ÷ 1 = 0.126 = 12.6%

14. 1 ×(1 + 50%) × 80% = 1.2

1.2 ÷ 1 = 1.2 = 120%

整理和复习(教材94页)

1.

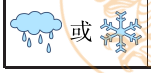
小数	分数	百分数
0.45	$\frac{9}{20}$	45%
0.85	$\frac{17}{20}$	85%
1.25	$\frac{5}{4}$	125%

2. $\frac{420}{600}$ × 100% = 70%

3. 3600 ×(1 − 10%) ×(1 − 10%) = 2916(元)

练习二十(教材95页)

1. 答案不唯一,根据实际情况而定。如:

天气状况	天数	占调查天数的百分之几
	3	42.86%
	2	28.57%
	2	28.57%
 或	0	0

2. 1元:125 × 44% = 55(枚)

5角:125 × 20% = 25(枚)

1角:125 × 36% = 45(枚)

1 × 55 + 0.5 × 25 + 0.1 × 45 = 72(元)

3. (351.8 − 200.8) ÷ 200.8 ≈ 0.752 = 75.2%

4. 7872 ÷(1 + 20.4%) ≈ 6538(万辆)

七、扇形统计图

教材97页“做一做”

水分:250 × 87% = 217.5(g)

其他:250 × 0.7% = 1.75(g)

乳糖:250 × 5% = 12.5(g)

脂肪:250 × 4% = 10(g)

蛋白质:250 × 3.3% = 8.25(g)

教材99页“做一做”

以上信息可以用条形统计图或扇形统计图描述,其中用扇形统计图描述更直观。

练习二十一(教材100~104页)

1. (1)24 × 8% = 1.92(小时)

知道李明每天各项活动占全天时间的百分比和哪项活动所占时间最多……(答案不唯一)

(2)李明的作息时间安排较合理。

(3)根据自己的实际情况对照。

2. (1)知道陈东家每月有哪些支出,各项支出分别占总支出的百分比,哪项支出较多,哪项支出较少……

(2)答案不唯一,如①每月教育支出是多少元?

2000 × 15% = 300(元)

②食品费用比服装费多花多少元?

2000 ×(30% − 10%) = 400(元)

③还购房贷款和水电费一共支出多少元?

2000 ×(30% + 5%) = 700(元)

3. (1)100 × 21% = 21(L)

(2)答案不唯一,如:教室大约有空气160000L,含氧气:160000 × 21% = 33600(L)

4. (1)(单位:万平方千米)

地形	山地	高原	盆地	平原	丘陵
面积	316.8	249.6	182.4	115.2	96

(2)答案不唯一,

如:①山地比平原多多少万平方千米?

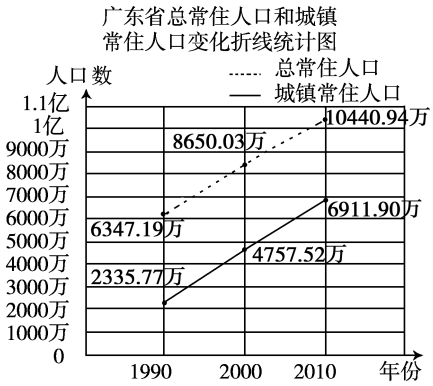
316.8 − 115.2 = 201.6(万平方千米)

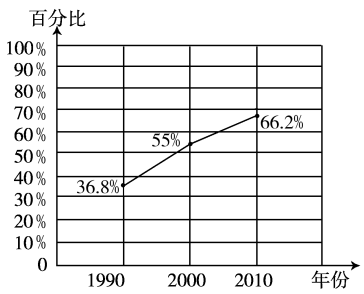
②平原比山地约少百分之几?

(33% − 12%) ÷ 33% ≈ 63.6%

5. (1)广东省1990~2010年每年的总常住人口数量和每年城镇常住人口占总常住人口的百分比。从这些数据可以看出广东省的总常住人口逐年大幅度增加,而且城镇常住人口占总常住人口的百分比也是逐年大幅度增加。

（2）



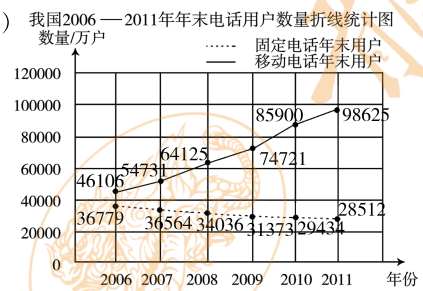


6. （1）2006 年：（46106 − 36779）÷ 36779 ≈ 25.4%

2011 年：（98625 − 28512）÷ 28512 ≈ 245.9%

从统计图和计算结果可以看出，我国的移动电话用户逐年在增长，且增长的比例较大；而固定电话用户逐年在下降，且下降比例较大。（合理即可）

（2）

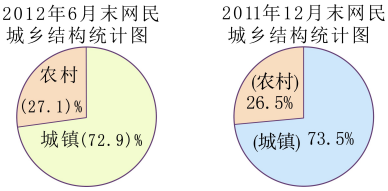


7. （1）1.46 ÷ 27.1% ≈ 5.39（亿人）

（2）1464 万 = 0.1464 亿

1.46 − 0.1464 = 1.3136（亿人）

（3）



8. （1）13.5% ÷（15.7% + 32.6% + 16.6% + 13.5%）≈ 17.2%

（2）选择扇形统计图。

分析：画图前，要先计算各部分土地所对应的圆心角的度数，即用 360° 分别乘各部分土地占土地总数的百分比。工矿、交通、城市用地和内陆水域等：

360° × 15.7% = 56.52°

草地：360° × 32.6% = 117.36°

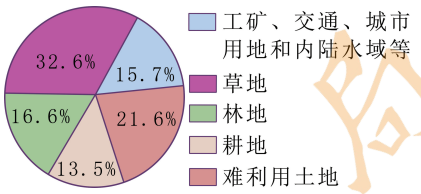
林地：360° × 16.6% = 59.76°

耕地：360° × 13.5% = 48.6°

难利用土地：360° × 21.6% = 77.76°

根据计算出的数据画扇形统计图。

解答：我国土地利用类型的大致构成情况统计图



八、数学广角——数与形

教材 108 页“做一做”

1. 1 + 3 + 5 + 7 + 5 + 3 + 1 =（25）

1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 11 + 9 + 7 + 5 + 3 + 1 =（85）

2. 第 6 个图形有 6 个红色小正方形和 18 个蓝色小正方形；第 10 个图形有 10 个红色小正方形和 26 个蓝色小正方形。

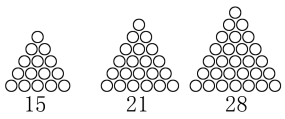
从第一个图形开始，后面依次都是增加 1 个红色小正方形和 2 个蓝色小正方形（共 3 个小正方形）。第 n 个图形有 n 个红色小正方形和 $(2n + 6)$ 个蓝色小正方形。

练习二十二（教材 109 ~ 111 页）

1. $11^2 - 9^2 = 40$（个）

每个图形最外围的小正方形的个数都是等于这个图形最外围每边的小正方形的个数的平方，再减去这个图形每边的小正方形的个数与 2 的差的平方，而第 n 个图形最外围每边的小正方形的个数等于 $(2n + 1)$，即每个图形最外围的小正方形的个数等于 $(2n + 1)^2 - (2n - 1)^2$。

2.



$10 \times \frac{10 + 1}{2} = 55$

3. 三角形个数：（1）（4）（9）（16）

周长：（3）（6）（9）（12）

第 n 个三角形图是由 n^2 个小三角形组成的，三角形图的周长是 $3 \times n = 3n$，每个三角形图包含小三角形的个数等于这个三角形图的周长除以 3 的商的平方。

提问答案不唯一。如：第 10 个三角形图是由多少个小三角形组成的？如果小三角形的边长为 1，这个三角形图的周长多少？

小三角形个数：$10^2 = 100$（个）

这个三角形图的周长：3 × 10 = 30

答：第 10 个三角形图是由 100 个小三角形组成的；如果小三角形的边长为 1，这个三角形图的周长是 30。

4. $200 \times 2 = 400$（米）

5. 第二幅图是描述妈妈的　第三幅图是描述爸爸的
第一幅图是描述小兰的

6. 小刚一共下了 2 盘，分别和小林、小强下的。

7. 除第一行外，每行中首项和末项都是 1，其余各项均为上一行“双肩”上两数之和。（合理即可）

1

1　1　1

1　2　1

1　3　3　1

1　4　6　4　1

1　5　10　10　5　1

1　6　15　20　15　6　1

1　7　21　35　35　21　7　1

…

8*. 提示：大正方形的面积＝左上小正方形的面积＋左下长方形的面积＋右上长方形的面积＋右下正方形的面积。

大正方形的面积等于 $(a+b)^2$，左上小正方形的面积等于 a^2，左下长方形的面积等于 ab，右上长方形的面积等于 ab，右下正方形的面积等于 b^2。由此得出，左上小正方形的面积＋左下长方形的面积＋右上长方形的面积＋右下正方形的面积＝$a^2+ab+ab+b^2=a^2+2ab+b^2$。因此，$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$。

九、总复习

教材 113～114 页“总复习”

1. $\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}=\frac{3}{10}$　$\frac{2}{3}\times\frac{5}{6}=\frac{5}{9}$　$\frac{7}{9}\times 18=14$

$\frac{3}{10}\div\frac{3}{4}=\frac{2}{5}$　$\frac{5}{9}\div\frac{5}{6}=\frac{2}{3}$　$21\div\frac{7}{9}=27$

$\frac{3}{10}\div\frac{2}{5}=\frac{3}{4}$　$\frac{5}{9}\div\frac{2}{3}=\frac{5}{6}$　$\frac{6}{11}\times\frac{5}{12}=\frac{5}{22}$

从上至下每组算式中的除法算式是上面乘法算式的逆运算。

2. 比与分数、除法的关系：

	区别	组成部分				意义	联系	
比		前项	比号	后项	比值	两个数之间的一种除法关系		1. 比可以写成分数的形式 2. 两个数的比表示两个数相除
除法		被除数	除号	除数	商	一种运算		
分数		分子	分数线	分母	分数值	一个数		

三者关系字母表达式为：$a\div b=\frac{a}{b}=a:b\ (b\neq 0)$

$2:5=\frac{2}{5}$　$0.6:0.3=2$

比的前项　比的后项　比值　比的前项　比的后项　比值

$4:12=\frac{1}{3}$

比的前项　比的后项　比值

3. (1) $125\times\left(1-\frac{1}{5}\right)=100$（元）

(2) $100\div\left(1-\frac{1}{5}\right)=125$（元）

(3) $125\times(1-20\%)=100$（元）

(4) $100\div(1-20\%)=125$（元）

(5) $100\times 150\%\div\frac{5}{6}=180$（元）

(6) $100\div 2\times 3=150$（元）

在解决有关分数、比和百分数的实际问题时，最关键是弄清量与量之间是一种什么样的关系，哪个量是单位“1”，知道的是什么，要求的是什么。

4. (1) $2\times 3.14\times 1=6.28$（km）

(2) 北门在南门的正北方向，距离是 2km。

(3) $3.14\times 1^2-3.14\times 0.2^2=3.0144$（$km^2$）

(4) 答案不唯一，如：小湖的面积占公园面积的百分之几？

$3.14\times 0.2^2\div(3.14\times 1^2)=4\%$

5. 可以提出很多问题，答案不唯一，如：

(1) 方方买书花了多少钱？

$30\times(1-10\%)=27$（元）

(2) 刘玲买书花了多少钱？

$27\times\frac{1}{3}=9$（元）……

6. (1) $330\times 16.1\%\approx 53$（个）

(2) 根据自己所在的城市的实际情况进行分析。

练习二十三（教材 115～117 页）

1. $\frac{5}{8}\times\begin{bmatrix}\frac{3}{10}\\2\\\frac{1}{5}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{3}{16}\\\frac{5}{4}\\\frac{1}{8}\end{bmatrix}$　$\frac{8}{9}\div\begin{bmatrix}\frac{1}{3}\\6\\\frac{2}{3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{8}{3}\\\frac{4}{27}\\\frac{4}{3}\end{bmatrix}$

2. $\frac{2}{7}$的倒数是$\frac{7}{2}$　5 的倒数是$\frac{1}{5}$　$\frac{1}{3}$的倒数是 3

1 的倒数是 1　$\frac{15}{8}$的倒数是$\frac{8}{15}$

3. 8 ∶ 12 = 2 ∶ 3　0.25 ∶ 0.45 = 5 ∶ 9

$\frac{1}{4}:\frac{1}{8}=2:1$

4. (1)√　(2)×　(3)×　(4)√

5. $\frac{5}{7}+\frac{5}{6}+\frac{2}{7}+\frac{1}{6}=\left(\frac{5}{7}+\frac{2}{7}\right)+\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{6}\right)=2$

$\frac{1}{15}\times\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{12}\right)=\frac{1}{15}\times\frac{5}{12}=\frac{1}{36}$

$\frac{1}{3}+3\div\frac{1}{2}=6\frac{1}{3}$　$3.7\times\frac{6}{5}+1.3\div\frac{5}{6}=6$

$\frac{1}{4}\div\left(3-\frac{5}{13}-\frac{8}{13}\right)=\frac{1}{8}$

$0.5\times\left(\frac{3}{5}+\frac{6}{25}\right)=\frac{21}{50}$

6. $36000\div\frac{12}{17}=51000$（万平方千米）

7. $120\times\frac{5}{8}\times\frac{2}{3}=50$（个）

8. (1)$165\times\left(1+\frac{2}{11}\right)=195$（个）

(2)$195\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=130$（个）

9. (1)$720\div\frac{9}{10}=800$（万千克）

(2)$720\div\left(1-\frac{1}{10}\right)=800$（万千克）

10. $180\times\frac{5}{9}\div\frac{1}{9}=900$（千米/时）

11. (1)84 ÷ 2 = 42（cm）

长：42 ÷（2 + 1）× 2 = 28（cm）

宽：42 − 28 = 14（cm）

(2)*84 ÷（3 + 4 + 5）× 3 = 21（cm）

84 ÷（3 + 4 + 5）× 4 = 28（cm）

84 ÷（3 + 4 + 5）× 5 = 35（cm）

12. 烘干率：$\frac{428}{500}\times100\%=85.6\%$

含水率：$\frac{500-428}{500}\times100\%=14.4\%$

或 100% − 85.6% = 14.4%

13. 分析：一年 12 个月，其中约有 2 个月的时间没有夜晚，求没有夜晚的时间占全年的百分之几，即用 2 除以 12。一天 24 小时，每天平均日照时间大约占 24 小时的 75%，用 24 × 75% 可以求出每天平均日照时间。

解答：16.7　18

14. (1)以小猴家为参照点：小熊家在小猴家西偏北 45°方向上，距离是 400m；小象家在小猴家东偏北 45°方向上，距离是 300m；小鹿家在小猴家正东方向，距离是 400m。

(2)小猴住在小熊的东偏南 45°方向上，距离是 400m。小象要去小鹿家，要先向西偏南 45°方向行 300m，再向正东方向行 400m 就到达小鹿家。小鹿要去找小熊玩走的路程有①可以直接经过小猴家到小熊家，走的路程是 400 + 400 = 800（m），②也可以先经过小猴家，再经过小象家，最后到小熊家。走的路程是：400 + 300 + 500 = 1200（m）。

(3)答案不唯一，如：小猴家在小象家的什么位置？小猴家在小象家的西偏南 45°方向上，距离是 300m。

15. (1)1 ∶ 2　(2)2 ∶ 3　2 ∶ 3　4 ∶ 9

16. (1)3.14 × 1.8 = 5.652（m）

3.14 ×（1.8 ÷ 2）= 2.826（m）

3.14 ×（1.8 ÷ 3）= 1.884（m）

(2)$1.8\times1.8=3.24$（m^2）

$3.24-3.14\times(1.8\div2)^2=0.6966$（$m^2$）

$3.24-3.14\times(1.8\div2\div2)^2\times4=0.6966$（$m^2$）

$3.24-3.14\times(1.8\div3\div2)^2\times9=0.6966$（$m^2$）

每张白铁皮剩下的废料同样多，都是 0.6966m^2。

(3)发现：因为图①、图②、图③分别剪去一个最大的圆、4 个最大相等的圆、9 个最大相等的圆，所剪去圆的半径分别是正方形边长的$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{6}$，即它们的半径的比是 6 ∶ 3 ∶ 2，它们的面积的比就是 36 ∶ 9 ∶ 4，而剪去的圆的个数比是 1 ∶ 4 ∶ 9，所以图①、图②、图③剪去各自圆的面积相等，那么它们剩下的废料面积也相等。（合理即可）

17. (1)2.39 ÷ 54% ≈ 4.43（亿吨）

(2)4.43 × 46% ≈ 2.04（亿吨）

或 4.43 − 2.39 = 2.04（亿吨）